חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

פרק 5 - מבוא לטופולוגיה

תוכן העניינים

1. מבוא לטופולוגיה 1

מבוא לטופולוגיה

שאלות

1) נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{5-x^2-y^2}+\ln(4y-x^2)$.

א. מצאו את תחום ההגדרה D של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה D.

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
הערה: נקודת שפה של קבוצה נקראת גם נקודה גבולית של הקבוצה.

ח. האם הקבוצה סגורה?

ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה D?

י. האם הפונקציה רציפה ב-D?

2) נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2-4}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה D של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה D.

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.

ח. האם הקבוצה סגורה?

ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה D?

י. האם הפונקציה רציפה ב-D?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

3) נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{-x^2+y^2+1}+\frac{x+y}{x-y}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה D של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה D.

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.

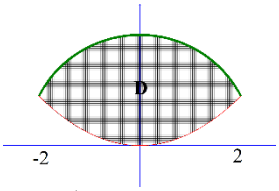
ח. האם הקבוצה סגורה?

ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה D?

י. האם הפונקציה רציפה ב-D?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 5\,,\,y>\frac{1}{4}x^2\right\}$ ב. 

ג. הקבוצה חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות: $C=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=5\,,\,-2<x<2\right\}$

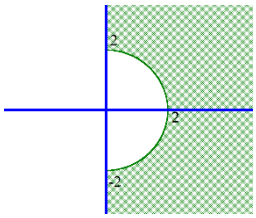
ו. הקבוצה אינה פתוחה.

ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=5,-2<x<2\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,4y=x^2,\,-2<x<2\right\}}_{E}$

$(0,\sqrt{5})$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(0,0)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.

2) א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\ge 4\,,\,x>0\right\}$ ב. 

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות $C=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=4\,,\,-2<y<2\right\}$

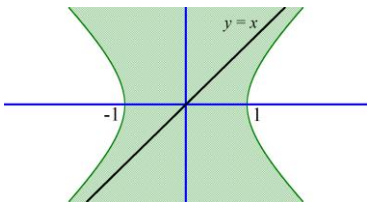
ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=4\,,\,-2<y<2\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x=0\,,\,|y|>2\right\}}_{E}$

$(2,0)$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(0,3)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה D .

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.

3) א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2\le 1\,,\,y\ne x\right\}$ ב. 

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה לא קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D פנימיות **למעט** הנקודות: $\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2=1\;or\;\;y=x\right\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2=1\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,y=x\right\}}_{E}$

$(0,0)$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(-1,0)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה $f(x,y)$ לא חסומה בקבוצה D.

י. הפונקציה היא פונקציה אלמנטרית ולכן רציפה בכל תחום הגדרתה.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©