# חשבון אינפיניטסימלי 3 (חלקי)

## פרק 27 - מבוא לטופולוגיה

### תוכן העניינים

1. מבוא לטופולוגיה..... 1

# מבוא לטופולוגיה

## שאלות

**1)** נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{5-x^2-y^2}+\ln(4y-x^2)$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה $D$ של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה $D$ .

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
**הערה: נקודת שפה של קבוצה נקראת גם נקודה גבולית של הקבוצה.**

ח. האם הקבוצה סגורה?

ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה $D$ ?

י. האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?

**2)** נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2-4}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה $D$ של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה $D$ .

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.

ח. האם הקבוצה סגורה?

ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה $D$ ?

י. האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**3)** נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sqrt{-x^2+y^2+1}+\frac{x+y}{x-y}$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה $D$ של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה $D$ .

ג. האם הקבוצה חסומה?

ד. האם הקבוצה קשירה?

ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.

ו. האם הקבוצה פתוחה?

ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.

ח. האם הקבוצה סגורה?

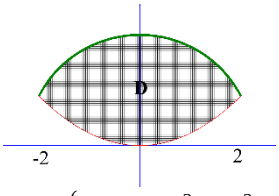
ט. האם הפונקציה $f(x,y)$ חסומה בקבוצה $D$ ?

י. האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?


כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1)** א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 5\,,\ y>\frac{1}{4}x^2\right\}$ ב.




ג. הקבוצה חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות: $C=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=5\,,\ -2<x<2\right\}$

ו. הקבוצה אינה פתוחה.

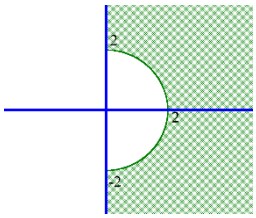
ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=5,-2<x<2\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,4y=x^2,\ -2<x<2\right\}}_{E}$

$(0,\sqrt{5})$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(0,0)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.

**2)** א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\ge 4\,,\ x>0\right\}$ ב.




ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות $C=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=4\,,\ -2<y<2\right\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

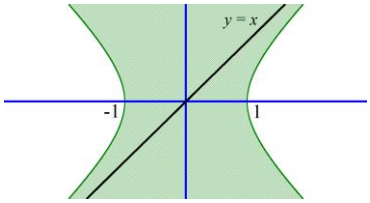
ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2=4\,,\ -2<y<2\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x=0\,,\ |y|>2\right\}}_{E}$

$(2,0)$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(0,3)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה $D$ .

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.

**3)** א. $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2\le 1\,,\ y\ne x\right\}$ ב.




ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה לא קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D פנימיות **למעט** הנקודות: $\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2=1\ or\ \ y=x\right\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז. $\partial D=\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,x^2-y^2=1\right\}}_{C}\cup\underbrace{\left\{(x,y)\,|\,y=x\right\}}_{E}$

$(0,0)$ נק' שפה ששייכת לקבוצה. $(-1,0)$ נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה $f(x,y)$ לא חסומה בקבוצה $D$.

י. הפונקציה היא פונקציה אלמנטרית ולכן רציפה בכל תחום הגדרתה.


כתב ופתר – גיא סלומון ©