

## חדוא 2

פרק 33 - מבוא לטופולוגיה

תוכן העניינים

1. מבוא לטופולוגיה.....1

## מבוא לטופולוגיה

## שאלות

(1) נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \sqrt{5 - x^2 - y^2} + \ln(4y - x^2)$ .

- מצאו את תחום ההגדרה  $D$  של הפונקציה.
- שרטטו סקיצה של הקבוצה  $D$ .
- האם הקבוצה חסומה?
- האם הקבוצה קשירה?
- רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
- האם הקבוצה פתוחה?
- מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
- אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
- הערה: נקודת שפה של קבוצה נקראת גם נקודה גבולית של הקבוצה.
- האם הקבוצה סגורה?
- האם הפונקציה  $f(x, y)$  חסומה בקבוצה  $D$ ?
- האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?

(2) נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

- מצאו את תחום ההגדרה  $D$  של הפונקציה.
- שרטטו סקיצה של הקבוצה  $D$ .
- האם הקבוצה חסומה?
- האם הקבוצה קשירה?
- רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
- האם הקבוצה פתוחה?
- מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
- אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
- האם הקבוצה סגורה?
- האם הפונקציה  $f(x, y)$  חסומה בקבוצה  $D$ ?
- האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?

(3) נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \sqrt{-x^2 + y^2 + 1} + \frac{x+y}{x-y}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה  $D$  של הפונקציה.
- ב. שרטטו סקיצה של הקבוצה  $D$ .
- ג. האם הקבוצה חסומה?
- ד. האם הקבוצה קשירה?
- ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
- ו. האם הקבוצה פתוחה?
- ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:  
אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
- ח. האם הקבוצה סגורה?
- ט. האם הפונקציה  $f(x, y)$  חסומה בקבוצה  $D$ ?
- י. האם הפונקציה רציפה ב- $D$ ?

## תשובות סופיות



1 א.  $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 5, y > \frac{1}{4}x^2 \right\}$  ב.

ג. הקבוצה חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות:  $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 5, -2 < x < 2\}$

ו. הקבוצה אינה פתוחה.

ז.  $\partial D = \underbrace{\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 5, -2 < x < 2\}}_C \cup \underbrace{\{(x, y) \mid 4y = x^2, -2 < x < 2\}}_E$

(0, √5) נק' שפה ששייכת לקבוצה. (0, 0) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.



2 א.  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 4, x > 0\}$  ב.

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות:  $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4, -2 < y < 2\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז.  $\partial D = \underbrace{\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4, -2 < y < 2\}}_C \cup \underbrace{\{(x, y) \mid x = 0, |y| > 2\}}_E$

(2, 0) נק' שפה ששייכת לקבוצה. (0, 3) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה לא חסומה בקבוצה D.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.



3 א.  $D = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 \leq 1, y \neq x\}$  ב.

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה לא קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D פנימיות למעט הנקודות:  $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 1 \text{ or } y = x\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז.  $\partial D = \underbrace{\{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 1\}}_C \cup \underbrace{\{(x, y) \mid y = x\}}_E$

(0, 0) נק' שפה ששייכת לקבוצה. (-1, 0) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ח. הקבוצה אינה סגורה. ט. הפונקציה f(x, y) לא חסומה בקבוצה D.

י. הפונקציה היא פונקציה אלמנטרית ולכן רציפה בכל תחום הגדרתה.