

סדנת ריענון במתמטיקה למדעי החברה

פרק 8 - מבוא לחשבון דיפרנציאלי

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית (ללא ספר)
2. גזירת פונקציות 1
3. מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה 6

גזירת פונקציות

שאלות

(1) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = x^2$.ג	$f(x) = x^7$.ב	$f(x) = x^3$.א
$f(x) = x^{-1}$.ו	$f(x) = x^{-3}$.ה	$f(x) = x$.ד
$f(x) = x^{\frac{3}{4}}$.ט	$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.ח	$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$.ז

(2) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{1}{2}x^4$.ג	$f(x) = 3x^7$.ב	$f(x) = 2x^3$.א
$f(x) = 3x^{-2}$.ו	$f(x) = 8x$.ה	$f(x) = \frac{x^6}{7}$.ד
$f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$.ט	$f(x) = 6x^{\frac{1}{2}}$.ח	$f(x) = \frac{4}{x}$.ז

(3) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{7}{8}$.ב	$f(x) = 12$.א
-------------------------	----------------

(4) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5}$.ב	$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5$.א
	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x^3$.ג

(5) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = 3(x - x^2)^2$.ג	$f(x) = (x^3 + 6)^5$.ב	$f(x) = (5x - 2)^3$.א
	$f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3}$.ה	$f(x) = \frac{(5-x)^3}{4}$.ד

6) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{1}{x^2}$.ג	$f(x) = -\frac{2}{x}$.ב	$f(x) = \frac{3}{x}$.א
$f(x) = \frac{2}{3-x}$.ו	$f(x) = \frac{1}{x^2-3x}$.ה	$f(x) = \frac{3}{x^3}$.ד
		$f(x) = \frac{6}{x+5}$.ז

7) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = (5x+1)^3(x-3)$.ב	$f(x) = (5x+1)(x-3)$.א
$f(x) = x(3x+7)$.ד	$f(x) = x^3(6-x)^4$.ג

8) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3}$.ג	$f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12}$.ב	$f(x) = \frac{3x-1}{1+2x}$.א
$f(x) = \frac{3}{x^3}$.ו	$f(x) = \frac{1}{x}$.ה	$f(x) = \frac{x^2+8}{x-1}$.ד

9) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \sqrt{x^3-1}$.ג	$f(x) = 4\sqrt{x+1}$.ב	$f(x) = \sqrt{x}$.א
$f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$.ו	$f(x) = x^2\sqrt{x+3}$.ה	$f(x) = (3x+1)\sqrt{x}$.ד

10) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$.ב	$f(x) = \sqrt{3x^2+1}$.א
------------------------------	---------------------------

11) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{x-2a}{x-4a}$.ג	$f(x) = \frac{ax^2}{3} - \frac{x}{b} + c$.ב	$f(x) = ax^4 - bx$.א
		$f(x) = a\sqrt{bx^2+c}$.ד

(12) גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:

ב. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10}$

א. $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x}$

תשובות סופיות

- (1) א. $3x^2$ ב. $7x^6$ ג. $2x$ ד. 1 ה. $-\frac{3}{x^4}$
- ו. $-\frac{1}{x^2}$ ז. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ח. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ ט. $\frac{3}{4\sqrt{x}}$
- (2) א. $6x^2$ ב. $21x^6$ ג. $2x^3$ ד. $\frac{6x^5}{7}$ ה. 8
- ו. $-\frac{6}{x^3}$ ז. $-\frac{4}{x^2}$ ח. $\frac{3}{\sqrt{x}}$ ט. $\frac{2}{9\sqrt[3]{x}}$
- (3) א. 0 ב. 0
- (4) א. $3x^2 + 4x - 3$ ב. $x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}$ ג. $x - 3x^2$ ד. $0.5x^3$
- (5) א. $15(5x - 2)^2$ ב. $15x^2(x^3 + 6)^4$ ג. $6(x - x^2)(1 - 2x)$
- ד. $-\frac{3}{4}(5 - x)^2$ ה. $\frac{8(x + 1)^3}{3}$
- (6) א. $-\frac{3}{x^2}$ ב. $\frac{2}{x^2}$ ג. $-\frac{2}{x^3}$ ד. $-\frac{9}{x^4}$
- ה. $-\frac{2x - 3}{(x^2 - 3x)^2}$ ו. $\frac{2}{(3 - x)^2}$ ז. $-\frac{6}{(x + 5)^2}$
- (7) א. $10x - 14$ ב. $(5x + 1)^2(20x - 44)$ ג. $x^2(6 - x)^3(18 - 7x)$
- ד. $6x + 7$
- (8) א. $\frac{5}{(1 + 2x)^2}$ ב. $\frac{5x^2 - 24x - 5}{(5x - 12)^2}$ ג. $\frac{8x}{(x^2 + 3)^2}$ ד. $\frac{(x - 4)(x + 2)}{(x - 1)^2}$
- ה. $-\frac{1}{x^2}$ ו. $-\frac{9}{x^4}$
- ז. $\frac{2x(x^2 + 3)(x^2 - 7)}{(x^2 - 2)^2}$ ח. $-x$ ט. $-\frac{1}{(x + 2)^2}$
- (9) א. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ב. $\frac{2}{\sqrt{x + 1}}$ ג. $\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3 - 1}}$ ד. $\frac{9x + 1}{2\sqrt{x}}$
- ה. $\frac{x(5x + 12)}{2\sqrt{x + 3}}$ ו. $\frac{x - 3}{2x\sqrt{x}}$
- (10) א. $\frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$ ב. $6x - \frac{4}{\sqrt{x}}$

$$\text{ד. } \frac{abx}{\sqrt{bx^2+c}} \quad \text{ג. } \frac{-2a}{(x-4a)^2} \quad \text{ב. } \frac{2ax}{3} - \frac{1}{b} \quad \text{א. } 4ax^3 - b \quad \text{(11)}$$

$$\text{א. (12) } f'(x) = \frac{2x^2-8}{4x^2}, f''(x) = \frac{4}{x^3}$$

$$\text{ב. } f'(x) = \frac{2x^2+20x-62}{(2x+10)^2}, f''(x) = \frac{448}{(2x+10)^3}$$

מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה

שאלות

(1) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x+3)^3$ בנקודה בה $x = -1$.

(2) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{8}{x+1}$ בנקודה בה $y = 2$.

(3) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 8$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

(4) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x$ ששיפועו 2.

תשובות סופיות

$$y = 24x + 22 \quad (1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$y = 6x - 24, y = -6x - 12 \quad (3)$$

$$y = 2x - 3 \quad (4)$$