

סדנת ריענון במתמטיקה למדעי החברה

פרק 8 - מבוא לחשבון דיפרנציאלי

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית (ללא ספר)
2. גזירת פונקציות 1
3. מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה 6

גזירת פונקציות

שאלות

(1) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = x^3$	ב. $f(x) = x^7$	ג. $f(x) = x^2$
ד. $f(x) = x$	ה. $f(x) = x^{-3}$	ו. $f(x) = x^{-1}$
ז. $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$	ח. $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$	ט. $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$

(2) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = 2x^3$	ב. $f(x) = 3x^7$	ג. $f(x) = \frac{1}{2}x^4$
ד. $f(x) = \frac{x^6}{7}$	ה. $f(x) = 8x$	ו. $f(x) = 3x^{-2}$
ז. $f(x) = \frac{4}{x}$	ח. $f(x) = 6x^{\frac{1}{2}}$	ט. $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$

(3) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = 12$	ב. $f(x) = \frac{7}{8}$
----------------	-------------------------

(4) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5$	ב. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5}$
ג. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x^3$	

(5) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = (5x - 2)^3$	ב. $f(x) = (x^3 + 6)^5$	ג. $f(x) = 3(x - x^2)^2$
ד. $f(x) = \frac{(5 - x)^3}{4}$	ה. $f(x) = \frac{2(x + 1)^4}{3}$	

(6) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = \frac{3}{x}$	ב. $f(x) = -\frac{2}{x}$	ג. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
ד. $f(x) = \frac{3}{x^3}$	ה. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x}$	ו. $f(x) = \frac{2}{3-x}$
ז. $f(x) = \frac{6}{x+5}$		

(7) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = (5x+1)(x-3)$	ב. $f(x) = (5x+1)^3(x-3)$
ג. $f(x) = x^3(6-x)^4$	ד. $f(x) = x(3x+7)$

(8) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = \frac{3x-1}{1+2x}$	ב. $f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12}$	ג. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3}$
ד. $f(x) = \frac{x^2+8}{x-1}$	ה. $f(x) = \frac{1}{x}$	ו. $f(x) = \frac{3}{x^3}$

(9) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = \sqrt{x}$	ב. $f(x) = 4\sqrt{x+1}$	ג. $f(x) = \sqrt{x^3-1}$
ד. $f(x) = (3x+1)\sqrt{x}$	ה. $f(x) = x^2\sqrt{x+3}$	ו. $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$

(10) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = \sqrt{3x^2+1}$	ב. $f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$
---------------------------	------------------------------

(11) גזור את הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = ax^4 - bx$	ב. $f(x) = \frac{ax^2}{3} - \frac{x}{b} + c$	ג. $f(x) = \frac{x-2a}{x-4a}$
ד. $f(x) = a\sqrt{bx^2+c}$		

(12) גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:

ב. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10}$

א. $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x}$

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } 3x^2 \quad \text{ב. } 7x^6 \quad \text{ג. } 2x \quad \text{ד. } 1 \quad \text{ה. } -\frac{3}{x^4}$$

$$(2) \quad \text{א. } 6x^2 \quad \text{ב. } 21x^6 \quad \text{ג. } 2x^3 \quad \text{ד. } \frac{6x^5}{7} \quad \text{ה. } 8$$

$$\text{ו. } -\frac{1}{x^2} \quad \text{ז. } \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{ח. } \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad \text{ט. } \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

$$(3) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } 0 \quad \text{ג. } \frac{3}{\sqrt{x}} \quad \text{ד. } \frac{2}{9\sqrt[3]{x}} \quad \text{ה. } -\frac{6}{x^3}$$

$$\text{ו. } -\frac{4}{x^2} \quad \text{ז. } \frac{2}{x^2}$$

$$(4) \quad \text{א. } 3x^2 + 4x - 3 \quad \text{ב. } x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{4} \quad \text{ג. } x - 3x^2 \quad \text{ד. } 0.5x^3$$

$$(5) \quad \text{א. } 15(5x-2)^2 \quad \text{ב. } 15x^2(x^3+6)^4 \quad \text{ג. } 6(x-x^2)(1-2x)$$

$$\text{ד. } -\frac{3}{4}(5-x)^2 \quad \text{ה. } \frac{8(x+1)^3}{3}$$

$$(6) \quad \text{א. } -\frac{3}{x^2} \quad \text{ב. } \frac{2}{x^2} \quad \text{ג. } -\frac{2}{x^3} \quad \text{ד. } -\frac{9}{x^4}$$

$$\text{ה. } -\frac{2x-3}{(x^2-3x)^2} \quad \text{ו. } \frac{2}{(3-x)^2} \quad \text{ז. } -\frac{6}{(x+5)^2}$$

$$(7) \quad \text{א. } 10x-14 \quad \text{ב. } (5x+1)^2(20x-44) \quad \text{ג. } x^2(6-x)^3(18-7x)$$

$$\text{ד. } 6x+7$$

$$(8) \quad \text{א. } \frac{5}{(1+2x)^2} \quad \text{ב. } \frac{5x^2-24x-5}{(5x-12)^2} \quad \text{ג. } \frac{8x}{(x^2+3)^2} \quad \text{ד. } \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$$

$$\text{ה. } -\frac{1}{x^2} \quad \text{ו. } -\frac{9}{x^4}$$

$$\text{ז. } -\frac{1}{(x+2)^2} \quad \text{ח. } \frac{2x(x^2+3)(x^2-7)}{(x^2-2)^2} \quad \text{ט. } -x$$

$$(9) \quad \text{א. } \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{ב. } \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad \text{ג. } \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-1}} \quad \text{ד. } \frac{9x+1}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{ה. } \frac{x(5x+12)}{2\sqrt{x+3}} \quad \text{ו. } \frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$$

$$(10) \quad \text{א. } \frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}} \quad \text{ב. } 6x - \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$(11) \quad \text{א. } 4ax^3 - b \quad \text{ב. } \frac{2ax}{3} - \frac{1}{b} \quad \text{ג. } \frac{-2a}{(x-4a)^2} \quad \text{ד. } \frac{abx}{\sqrt{bx^2 + c}}$$

$$(12) \quad \text{א. } f'(x) = \frac{2x^2 - 8}{4x^2}, f''(x) = \frac{4}{x^3}$$

$$\text{ב. } f'(x) = \frac{2x^2 + 20x - 62}{(2x+10)^2}, f''(x) = \frac{448}{(2x+10)^3}$$

מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה

שאלות

(1) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x + 3)^3$ בנקודה בה $x = -1$.

(2) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{8}{x+1}$ בנקודה בה $y = 2$.

(3) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 8$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

(4) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x$ ששיפועו 2.

תשובות סופיות

(1) $y = 24x + 22$

(2) $y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$

(3) $y = 6x - 24, y = -6x - 12$

(4) $y = 2x - 3$