

# פיזיקה 1 מכניקה למהנדסים 83102

פרק 9 - כוח גרר וכוח ציפה

תוכן העניינים

1. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן..... 1
2. כוח ציפה..... 2
3. כוח סטוקס..... (ללא ספר)..... 3
4. סיכום כוח גרר סטוקס וכוח ציפה..... 3
5. תרגילים מסכמים..... 4

## כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

### רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר  $\vec{v}$  היא מהירות הגוף ו- $k$  הוא קבוע כלשהו.

**משוואת תנועה** - משוואה הכוללת את  $x$ ,  $v$  ו- $a$ . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

**מהירות סופית** - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

$\eta$  - צמיגות הנוזל

$R$  - רדיוס הכדור

### שאלות



#### 1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא:  $\vec{F} = -k\vec{v}$ .

א. מצאו את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצאו את המהירות הסופית.

ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

### תשובות סופיות

$$1) \quad \text{א. } mg - kv_y = ma_y \quad \text{ב. } v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \quad \text{ג. } v(t) = \frac{mg}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

## כוח ציפה

### רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

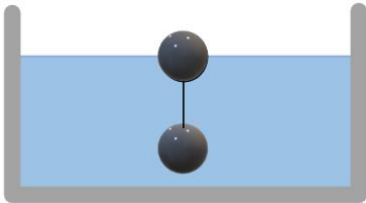
$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר  $\rho_l$  היא צפיפות הנוזל ו-  $V$  הוא נפח הגוף.

### שאלות

#### 1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה  $V = 20 \text{ c.m}^3$  קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

### תשובות סופיות

1) א.  $m_1 = 24 \text{ gr}$  ,  $m_2 = 6 \text{ gr}$  . ב.  $\rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$  ,  $\rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$

## כדור נזרק לבריכה:

### שאלות:

#### 1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית  $v_0$  בזווית  $\theta$  עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים -  $\eta$ .

רדיוס הכדור -  $R$ .

מהירות התחלתית -  $v_0$ .

צפיפות המים -  $\rho_w$ .

צפיפות הכדור -  $\rho_b$ .

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם  $\rho_b < \rho_w$ .

### תשובות סופיות:

$$1) \text{ א. משוואות התנועה הן: } -kv_x = m \frac{dv_x}{dt} \text{ ו- } C - kv_y = m \frac{dv_y}{dt}$$

$$\text{כאשר: } k = 6\pi\eta R, C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\text{ב. } v_y \text{ final} = \frac{C}{k}, v_x \text{ final} = 0$$

$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{mC}{k^2} \left[ \frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left( \frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### (1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה  $M$  נע על מישור אופקי במהירות התחלתית  $v_0$  ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא  $\mu$ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר  $f = -\alpha v$ ,  $\alpha$  קבוע.
- מצאו את משוואת הכוחות על הגוף.
  - מהי מהירות הגוף בכל רגע?
  - מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע  $t = 0$  מיקום הגוף הוא  $x_0$ .

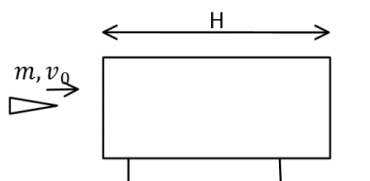
#### (2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שני, מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר  $F = -4000N - 600 \frac{N \cdot s}{m}$  פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

#### (3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא:  $F_d = kv^2$ .
- מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א.
  - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה?
  - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

#### (4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה  $m$  נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי  $H$  המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע  $v_0$  וביציאה  $v_1$ . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית  $f = -kv^3$  (k) קבוע. נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.  
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?  
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0}$ ?  
 ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

**5 צוללת**

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.  
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה בנתון בביטוי:  $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$ , כאשר  $\hat{v}$  זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.  
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.  
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.  
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?  
 ב. חשבו את הקבוע  $\lambda$ .  
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

**6 סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי**

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח חיכוך הנתון בנוסחה:  $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$ . יחידות המידה mks,  $v$  מהירות הגוף.  
 הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.  
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?  
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

## תשובות סופיות:

$$v(t) = \left( -\mu g + \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha} \quad \text{ב.} \quad -\mu m g - \alpha v = m a \quad \text{א.}$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left( (-\mu g) t + \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left( \frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left( \frac{m}{\alpha} \right)^2 \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.}$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad \text{1}$$

$$a = \frac{3}{4} g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{5}{4} g \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad \text{2}$$

$$x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{k v_0} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m} t - \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad \text{3}$$

$$v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2 \quad \text{ד.} \quad v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{ג.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3} t} \quad \text{א.} \quad \text{4}$$

$$v \left( t = \frac{45.9}{2} \right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \text{5}$$