מכניקה לתעשייה וניהול

פרק 10 - כוח גרר וכוח ציפה

תוכן העניינים

1. סיכום כוח גרר סטוקס וכוח ציפה 1
2. כוח ציפה 2
3. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן 3
4. כוח סטוקס ..... (ללא ספר)
5. תרגילים מסכמים 4

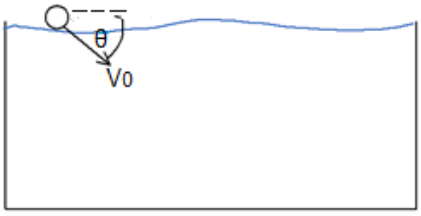
כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים.

נתונים:



צמיגות המים - η.

רדיוס הכדור - R.

מהירות התחלתית - v_0.

צפיפות המים - ρ_w.

צפיפות הכדור - ρ_b.

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

1) א. משוואות התנועה הן: $C - kv_y = m\frac{dv_y}{dt}$ ו- $-kv_x = m\frac{dv_x}{dt}$

כאשר: $k = 6\pi\eta R$, $C = (\rho_b - \rho_w)g\frac{4\pi R^3}{3}$, $m = \rho_b\frac{4\pi R^3}{3}$

ב. $v_{x\,final} = 0$, $v_{y\,final} = \frac{C}{k}$

ג. $y_{max} = \frac{mC}{k^2}\left[\frac{v_0 k}{C}\sin\theta - \ln\left(\frac{C}{C - kv_0\sin\theta}\right)\right]$

כוח ציפה

רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

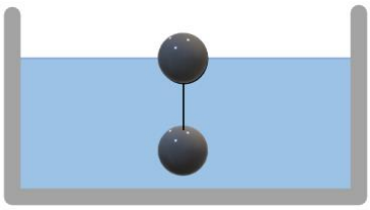
$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

שאלות

1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה $V = 20c.m^3$ קשורים בחוט זה לזה.
מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.
המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.



א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

תשובות סופיות

1) א. $m_1 = 24gr$, $m_2 = 6gr$ ב. $\rho_1 = 1.2\frac{gr}{c.m^3}$, $\rho_2 = 0.3\frac{gr}{c.m^3}$

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה
$\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הבוללת את x , v ו- a . בדרך מגיעים אליה ממשוואת הבוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס -כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל
$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$
η - צמיגות הנוזל
R - רדיוס הכדור

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן
צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.
נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא: $\vec{F} = -k\vec{v}$.
א. מצאו את משוואת התנועה של הצנחן.
ב. מצאו את המהירות הסופית.
ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

1) א. $mg - kv_y = ma_y$ ב. $v_{yfinal} = \frac{mg}{k}$ ג. $v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

גוף בעל מסה M נע על מישור אופקי במהירות התחלתית v_0 ימינה.
בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ.
בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f=-\alpha v$, α קבוע.

א. מצאו את משוואת הכוחות על הגוף.

ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע?

ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא x_0.

2) רכבת עוצרת

רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ/שנ', מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר $F=-4000N-600\frac{N\cdot s}{m}$ פועל עליה.
כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

3) כוח גרר ריבועי במהירות

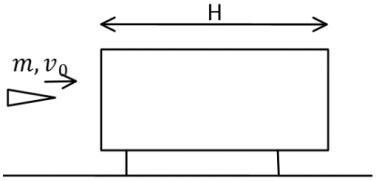
במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d=kv^2$.

א. מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב.
זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א.

ב. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה?

ג. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1.
במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית $f=-kv^3$ (k) קבוע.
נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.

ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?

ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0^2}$?

ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך .

5) צוללת

צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ'/שנ'.
ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה בנתון בביטוי: $\vec{F}=-\left(\lambda v^2\right)\hat{v}$, כאשר $\hat{v}$ זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.
זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.
נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.

א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?

ב. חשבו את הקבוע λ.

ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

6) סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ'/שנ' ומואטת על ידי כוח חיכוך הנתון בנוסחה: $\vec{F}=-2e^{0.5v}\hat{v}$. יחידות המידה mks , v מהירות הגוף.
הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.

א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?

ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

א. $-\mu mg-\alpha v=ma$ ב. $\mathrm{v}(t)=\left(-\mu\mathrm{g}+\left(\mu\mathrm{g}+\frac{\alpha}{\mathrm{m}}\mathrm{v}_0\right)e^{-\frac{\alpha}{\mathrm{m}}t}\right)\frac{\mathrm{m}}{\alpha}$

ג. $x(t)=\frac{\mathrm{m}}{\alpha}\left((-\mu\mathrm{g})t+\left(\mu\mathrm{g}+\frac{\alpha}{\mathrm{m}}\mathrm{v}_0\right)\left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{\mathrm{m}}}\right)e^{-\frac{\alpha}{\mathrm{m}}t}\right)+\mathrm{C}\ ,\ \mathrm{C}=x_0+\left(\frac{\mathrm{m}}{\alpha}\right)^2\left(\mu\mathrm{g}+\frac{\alpha}{\mathrm{m}}\mathrm{v}_0\right)$

1) $x(t)\approx 6.1\mathrm{km}$

2) א. $\mathrm{v}=\sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}}$ ב. $a=\frac{5}{4}\mathrm{g}$ ג. $a=\frac{3}{4}\mathrm{g}$

3) א. $\mathrm{v}(t)=\frac{1}{\sqrt{\frac{2\mathrm{k}}{\mathrm{m}}t-\frac{1}{\mathrm{v}_0{}^2}}}$ ב. $x(t)=\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{2\mathrm{k}}{\mathrm{m}}t+\frac{1}{\mathrm{v}_0{}^2}}-\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{kv}_0}$

ג. $\mathrm{v}(t)\approx\frac{1}{\sqrt{\frac{2\mathrm{kt}}{\mathrm{m}}}}$ ד. $\mathrm{v}(t)=\frac{1}{\frac{\mathrm{kH}}{\mathrm{m}}+\frac{1}{\mathrm{v}_0}}=\mathrm{v}_2$

4) א. $\mathrm{v}(t)=\frac{1}{0.1+10^{-3}t}$ ב. $\lambda=20\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ ג. $\Delta x=1.39\cdot10^3\mathrm{m}$

5) א. $t=45.9\,\mathrm{sec}$ ב. $v\left(t=\frac{45.9}{2}\right)\approx1.23\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$