# מבוא לסטטיסטיקה ותכנון ניסויים

## פרק 1 - יסודות ההסתברות

### תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

# הגדרות יסודיות:

## רקע:

**ניסוי מקרי:** תהליך לו כמה תוצאות אפשריות. התוצאה המתקבלת נודעת רק לאחר ביצוע התהליך. למשל: תוצאה בהטלת קובייה, מזג האוויר בעוד שבועיים.

**מרחב מדגם:** כלל התוצאות האפשריות בניסוי המקרי. לדוגמה, בהטלת קובייה: $\{1,2,3,4,5,6\}$, או: מזג האוויר בעוד שבועיים: {נאה, שרבי, מושלג, גשום, מעונן חלקית, אביך}.

**מאורע:** תת קבוצה מתוך מרחב במדגם. מסומן באותיות: A , B , C. בהטלת קובייה למשל, המאורע 'לקבל לפחות 5' יסומן: $A=\{5,6\}$. המאורע 'לקבל תוצאה זוגית' יסומן: $B=\{2,4,6\}$.

**גודל מרחב המדגם:** מספר התוצאות האפשריות במרחב המדגם. בהטלת קובייה למשל נקבל: $|\Omega|=6$.

**גודל המאורע:** מספר התוצאות האפשריות במאורע עצמו. למשל, בהטלת הקובייה האירועים הקודמים יסומנו: $|A|=2$ , $|B|=3$.

**מאורע משלים:** מאורע המכיל את כל התוצאות האפשריות במרחב המדגם פרט לתוצאות במאורע אותו הוא משלים. למשל, בהטלת הקובייה: $\bar{A}=\{1,2,3,4\}$ , $\bar{B}=\{1,3,5\}$.

**מרחב מדגם אחיד (סימטרי):** מרחב מדגם בו לכל התוצאות במרחב המדגם יש את אותה עדיפות , אותה סבירות למשל, קובייה הוגנת, אך לא כמו מזג האוויר בשבוע הבא.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

**הסתברות במרחב מדגם אחיד:** במרחב מדגם אחיד הסיכוי למאורע יהיה: $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}$.

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל לפחות 5? $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{2}{6}$.

דוגמה: מה הסיכוי בהטלת קובייה לקבל תוצאה זוגית? $P(B)=\frac{|B|}{|\Omega|}=\frac{3}{6}$.

**הסתברות במרחב לא אחיד:** תחושב לפי השכיחות היחסית: $\frac{f}{n}$.

**דוגמה:**

להלן התפלגות הציונים בכיתה מסוימת:

| $x$ – הציון | $f$ – מספר התלמידים – השכיחות |
|---|---|
| 5 | 2 |
| 6 | 4 |
| 7 | 8 |
| 8 | 5 |
| 9 | 4 |
| 10 | 2 |

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה קיבל את הציון 8? $\frac{f}{n}=\frac{5}{25}=0.2$.

מה ההסתברות שתלמיד אקראי שניבחר בכיתה יכשל? $\frac{f}{n}=\frac{2}{25}=0.08$.

**הסתברות למאורע משלים:** הסתברות לקבוצת המשלים של המאורע ביחס למרחב המדגם: $P(\bar{A})=1-P(A)$. למשל, בדוגמה הקודמת הסיכוי לעבור את הבחינה יכול להיות מחושב לפי הסיכוי להיכשל: $P(A)=1-\frac{2}{25}=\frac{23}{25}$.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## שאלות:

**1)** מהאותיות E, F ו-G יש ליצור מילה בת 2 אותיות, לא בהכרח בת משמעות.

א. הרכיבו את כל המילים האפשריות.

ב. רשמו את המקרים למאורע:

i. במילה נמצאת האות E.

ii. במילה האותיות שונות.

ג. רשמו את המקרים למאורע $\bar{A}$.

**2)** מטילים זוג קוביות.

א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם אחיד?

ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:

i. סכום התוצאות 7.

ii. מכפלת התוצאות 12.

ג. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיף ב'.

**3)** נבחר באקראי ספרה מבין הספרות 0-9.

א. מה ההסברות שהספרה שנבחרה גדולה מ-5?

ב. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא לכל היותר 3?

ג. מה ההסתברות שהספרה שנבחרה היא אי זוגית?

**4)** להלן התפלגות מספר מקלטי הטלוויזיה עבור כל משפחה בישוב מסוים:

| **מספר משפחות** | 22 | 28 | 18 | 22 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| **מספר מקלטים** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

נבחרה משפחה באקראי מהישוב.

א. מה ההסתברות שאין מקלטים למשפחה?

ב. מה ההסתברות שיש מקלטים למשפחה?

ג. מה ההסתברות שיש לפחות 3 מקלטים למשפחה?

**5)** להלן התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב "עדן":

| **מספר משפחות** | 20 | 40 | 100 | 30 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| **מספר מכוניות** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

נבחרה משפחה אקראית מן הישוב.

א. מה ההסתברות שאין לה מכוניות?

ב. מה ההסתברות שבבעלות המשפחה לפחות 3 מכוניות?

ג. מה הסיכוי שבבעלותה פחות מ-3 מכוניות?


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

**6)** נטיל מטבע רגיל 3 פעמים. בצד אחד של המטבע מוטבע עץ ובצד השני פלי.

א. רשמו את מרחב המדגם של הניסוי. האם מרחב המדגם הוא אחיד?

ב. רשמו את כל האפשרויות לאירועים הבאים:

i. התקבל פעם אחת עץ.

ii. התקבל לפחות פלי אחד.

ג. מהו המאורע המשלים ל-D?

ד. חשבו את הסיכויים לאירועים שהוגדרו בסעיפים ב-ג.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\Omega=\{EE,EF,EG,FE,FF,FG,GE,GF,GG\}$.

ב. $B\{EF,EG,FE,FG,GE,GF\}$, $A=\{EE,EF,EG,FE,GE\}$.

ג. $\bar{A}=\{FF,FG,GF,GG\}$.

**2)** א. $\Omega=\begin{Bmatrix}(1,1)&(2,1)&(3,1)&(5,1)&(4,1)&(6,1)\\(1,2)&(2,2)&(3,2)&(4,2)&(5,2)&(6,2)\\(1,3)&(2,3)&(3,3)&(4,3)&(5,3)&(6,3)\\(1,4)&(2,4)&(3,4)&(4,4)&(5,4)&(6,4)\\(1,5)&(2,5)&(3,5)&(4,5)&(5,5)&(6,5)\\(1,6)&(2,6)&(3,6)&(4,6)&(5,6)&(6,6)\end{Bmatrix}$.

ב. $C=\{(2,6),(3,4),(4,3),(6,2)\}$ , $A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$.

ג. הסיכוי ל-A: $\frac{1}{6}$. הסיכוי ל-B: $\frac{1}{9}$.

**3)** א. 0.4 ב. 0.4 ג. 0.5.

**4)** א. 0.22 ב. 0.78 ג. 0.32.

**5)** א. 0.1 ב. 0.2 ג. 0.8.

**6)** א. $\Omega=\{PPP,PPE,PEP,EPP,PEE,EPE,EEP,EEE\}$.

ב. $D=\{PPP,PPE,PEP,EPP,PEE,EPE,EEP\}$ , $A=\{PPE,PEP,EPP\}$.

ג. $\bar{D}=\{EEE\}$.

ד. $\frac{1}{8}$.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל