הסתברות וסטטיסטיקה

פרק 39 - טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף

תוכן העניינים

1. כללי 1

טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף:

רקע:

מצב שבו ידועה לנו התפלגות של משתנה מקרי רציף כלשהו ואז יוצרים משתנה מקרי חדש שהוא פונקציה של המשתנה המקרי הידוע.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נתון משתנה מקרי רציף X המתפלג אחיד בין 0 ל-1 .
מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של המשתנה Y,
כאשר הקשר בין X ל-Y נתון על ידי הנוסחה: $Y = e^x$.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות:

1) יהי W משתנה מקרי המתפלג מעריכית עם תוחלת השווה ל-1.
הגדירו משתנה חדש: $Y = e^{-W}$.
א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y.
ב. זהו את Y כהתפלגות מיוחדת וקבע מהם הפרמטרים.

2) נתון: $X \sim U(0,1)$, ויוצרים דרך X משתנה חדש המוגדר להיות: $R = X^2$.
מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה החדש R.

3) ידוע ש-$X \sim \exp(\lambda)$. כמו כן, נתון הקשר הבא: $Y = \ln(X)$.
הוכיחו שפונקציית הצפיפות של Y נתונה על ידי הנוסחה הבאה: $f(Y) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot e^{Y}+1}$.

4) ידוע ש-$X \sim \exp(\lambda = 1)$. כמו כן, נתון הקשר הבא: $Y = 1 - 2 \cdot e^{-X}$.
א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y.
ב. זהו את ההתפלגות של Y.

5) אורך מקצוע של קובייה מתפלג אחיד בין 1 ל-2.
מצאו את פונקציית הצפיפות של נפח הקובייה.

6) נתונה פונקציית ההתפלגות המצטברת הבאה: $F_X(t) = \theta^t - 1$,
עבור התחום: $0 \le t \le 1$.
א. מצאו את ערכו של הפרמטר θ.
ב. מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה X.
ג. יהי $Y = 2^X - 1$.
מצאו את פונקציית הצפיפות של Y וזהו את התפלגותו.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות:

1) ב. $Y \sim U(0,1)$.

2) $f(R)=\frac{1}{2\sqrt{R}}$ כאשר $1>R>0$.

3) שאלת הוכחה.

4) ב. $Y \sim U(-1,1)$.

5) $f(y)=\frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}$ כאשר $1<y<8$.

6) א. 2. ב. $Y \sim U(0,1)$.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל