

# תורת ההסתברות

פרק 34 - טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף (פרק 5 ממ"ן 12)

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף:

### רקע:

מצב שבו ידועה לנו התפלגות של משתנה מקרי רציף כלשהו ואז יוצרים משתנה מקרי חדש שהוא פונקציה של המשתנה המקרי הידוע.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נתון משתנה מקרי רציף  $X$  המתפלג אחיד בין 0 ל-1 .  
מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של המשתנה  $Y$ ,  
כאשר הקשר בין  $X$  ל- $Y$  נתון על ידי הנוסחה:  $Y = e^x$ .

## שאלות:

- (1) יהי  $W$  משתנה מקרי המתפלג מעריכית עם תוחלת השווה ל-1. הגדירו משתנה חדש:  $Y = e^{-W}$ .  
 א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של  $Y$ .  
 ב. זהו את  $Y$  כהתפלגות מיוחדת וקבע מהם הפרמטרים.
- (2) נתון:  $X \sim U(0,1)$ , ויוצרים דרך  $X$  משתנה חדש המוגדר להיות:  $R = X^2$ . מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה החדש  $R$ .
- (3) ידוע ש- $X \sim \exp(\lambda)$ . כמו כן, נתון הקשר הבא:  $Y = \ln(X)$ . הוכיחו שפונקציית הצפיפות של  $Y$  נתונה על ידי הנוסחה הבאה:  $f(Y) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot e^Y + 1}$ .
- (4) ידוע ש- $X \sim \exp(\lambda=1)$ . כמו כן, נתון הקשר הבא:  $Y = 1 - 2 \cdot e^{-X}$ .  
 א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של  $Y$ .  
 ב. זהו את ההתפלגות של  $Y$ .
- (5) אורך מקצוע של קובייה מתפלג אחיד בין 1 ל-2. מצאו את פונקציית הצפיפות של נפח הקובייה.
- (6) נתונה פונקציית ההתפלגות המצטברת הבאה:  $F_X(t) = \theta^t - 1$ , עבור התחום:  $0 \leq t \leq 1$ .  
 א. מצאו את ערכו של הפרמטר  $\theta$ .  
 ב. מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה  $X$ .  
 ג. יהי  $Y = 2^X - 1$ . מצאו את פונקציית הצפיפות של  $Y$  וזהו את התפלגותו.

**תשובות סופיות:**

(1) ב.  $Y \sim U(0,1)$ .

(2)  $f(R) = \frac{1}{2\sqrt{R}}$  כאשר  $1 > R > 0$ .

(3) שאלת הוכחה.

(4) ב.  $Y \sim U(-1,1)$ .

(5)  $f(y) = \frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}$  כאשר  $1 < y < 8$ .

(6) א. 2. ב.  $Y \sim U(0,1)$ .