

אלקטרומגנטיות אנליטית 1

פרק 29 - טרנספורמציה יחסותית של השדות עם נוסחאות מלאות

תוכן העניינים

1. הסברים ודוגמאות.....1

הסברים ודוגמאות:

רקע:

טרנספורמציה של השדות עבור צופה הנע במהירות \vec{v} ביחס למעבדה:

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \quad \vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}_{\perp})$$

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \quad \vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}_{\perp}\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

\vec{E} ו- \vec{B} הם השדות במערכת המעבדה ו- \vec{E}' , \vec{B}' הם השדות במערכת הנעה.

הטרנספורמציה ההפוכה:

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \quad \vec{E}_{\perp} = \gamma(\vec{E}'_{\perp} - \vec{v} \times \vec{B}'_{\perp})$$

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \quad \vec{B}_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}'_{\perp} + \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}'_{\perp}\right)$$

טרנספורמציה של צפיפויות המטען:

$$\lambda = \gamma\lambda_0$$

$$\sigma = \gamma\sigma_0$$

$$\rho = \gamma\rho_0$$

כאשר λ_0 , σ_0 , ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

הסיבה לטרנספורמציה היא שסך המטען זהה בשתי המערכות אבל האורך משתנה.

נוסחאות לצפיפויות הזרם :

$$\vec{J} = \gamma \rho_0 \vec{v}$$

$$\vec{k} = \gamma \sigma_0 \vec{v}$$

$$I = \gamma \lambda_0 v$$

כאשר λ_0 , σ_0 , ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

שאלות:

(1) שדה בכיוון Z במערכת הצופה שנע

צופה הנע במהירות V בכיוון ציר x ביחס למעבדה מודד שדה חשמלי E_0 בכיוון ציר z , ושדה מגנטי אפס. מהם השדות המגנטי והחשמלי שימדוד הצופה במעבדה?

(2) חישוב שדות וצפיפויות בשתי דרכים

- מישור אינסופי טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישור מתחיל לנוע במהירות קבועה $v\hat{x} = \vec{v}$ ביחס למעבדה. בתרגיל זה נמצא את השדות והצפיפויות במערכת המעבדה בשתי דרכים: דרך ראשונה:
- מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המישור תוך שימוש בצפיפות המטען של המישור.
 - מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה באמצעות טרנספורמציה של השדות שמצאת בסעיף א.
 - מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה באמצעות השדות שמצאת בסעיף ב.
- דרך שניה:
- מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה תוך שימוש בצפיפות המטען במערכת המישור בלבד. השווה לסעיף ג.
 - מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה, מצפיפויות המטען שמצאת בסעיף ד. השווה לסעיף ב.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \gamma E_0 \hat{z} \quad \vec{B} = \gamma \cdot \frac{1}{c^2} v E_0 (-\hat{y}) \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{\gamma \sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad , \quad \vec{B} = \frac{-\gamma \sigma v}{2c^2 \epsilon_0} \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{E}' = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad , \quad \vec{B}' = 0 \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\sigma = \gamma \sigma' \quad , \quad k = \gamma \sigma' v \hat{x} \quad \text{ד.} \quad \sigma = \gamma \sigma' \quad , \quad \vec{k} = \gamma \sigma' v \hat{x} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E} = \frac{\gamma \sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad , \quad \vec{B} = -\frac{\mu_0 \gamma \sigma v}{2} \hat{y} \quad \text{ה.}$$