אלקטרומגנטיות אנליטית 1

פרק 29 - טרנספורמציה יחסותית של השדות עם נוסחאות מלאות

תוכן העניינים

1. הסברים ודוגמאות 1

הסברים ודוגמאות:

רקע:

טרנספורמציה של השדות עבור צופה הנע במהירות $\vec{v}$ ביחס למעבדה:

$$\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||} \qquad \vec{E}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}_{\perp}\right)$$

$$\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||} \qquad \vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}_{\perp}\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$\vec{E}$ ו-$\vec{B}$ הם השדות במערכת המעבדה ו-$\vec{E}', \vec{B}'$ הם השדות במערכת הנעה.

הטרנספורמציה ההפוכה:

$$\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||} \qquad \vec{E}_{\perp} = \gamma\left(\vec{E}'_{\perp} - \vec{v} \times \vec{B}'_{\perp}\right)$$

$$\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||} \qquad \vec{B}_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}'_{\perp} + \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}'_{\perp}\right)$$

טרנספורמציה של צפיפויות המטען:

$$\lambda = \gamma\lambda_0$$
$$\sigma = \gamma\sigma_0$$
$$\rho = \gamma\rho_0$$

כאשר λ_0, σ_0, ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

הסיבה לטרנספורמציה היא שסך המטען זהה בשתי המערכות אבל האורך משתנה.

נוסחאות לצפיפויות הזרם:

$$\vec{J} = \gamma\rho_0\vec{v}$$

$$\vec{k} = \gamma\sigma_0\vec{v}$$

$$I = \gamma\lambda_0 v$$

כאשר λ_0 , σ_0 , ρ_0 הן צפיפות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

שאלות:

1) שדה בכיוון Z במערכת הצופה שנע

צופה הנע במהירות V בכיוון ציר x ביחס למעבדה מודד שדה חשמלי E_0 בכיוון ציר z, ושדה מגנטי אפס.
מהם השדות המגנטי והחשמלי שימדוד הצופה במעבדה?

2) חישוב שדות וצפיפויות בשתי דרכים

מישור אינסופי טעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
המישור מתחיל לנוע במהירות קבועה $\vec{v} = v\hat{x}$ ביחס למעבדה.
בתרגיל זה נמצא את השדות והצפיפויות במערכת המעבדה בשתי דרכים:
דרך ראשונה:

א. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המישור תוך שימוש בצפיפות המטען של המישור.

ב. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה באמצעות טרנספורמציה של השדות שמצאת בסעיף א.

ג. מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה באמצעות השדות שמצאת בסעיף ב.

דרך שניה:

ד. מצא את צפיפות המטען וצפיפות הזרם במערכת המעבדה תוך שימוש בצפיפות המטען במערכת המישור בלבד. השווה לסעיף ג.

ה. מצא את השדה החשמלי והמגנטי במערכת המעבדה, מצפיפויות המטען שמצאת בסעיף ד. השווה לסעיף ב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\gamma E_0\hat{z}\,E\ ,\ \vec{B}=\gamma\cdot\frac{1}{c^2}VE_0\left(-\hat{y}\right)$

2) א. $\vec{E}'=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B}'=0$ ב. $\vec{E}=\frac{\gamma\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B}=\frac{-\gamma\sigma V}{2c^2\varepsilon_0}\hat{y}$

ג. $\sigma=\gamma\sigma\ ,\ \vec{k}=\gamma\sigma V\hat{x}$ ד. $\sigma=\gamma\sigma\ ,\ k=\gamma\sigma V\hat{x}$

ה. $\vec{E}=\frac{\gamma\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{B}=-\frac{\mu_0\gamma\sigma V}{2}\hat{y}$