

מתמטיקה תיכונית מנקודת מבט מתקדמת

פרק 13 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

תוכן העניינים

1. משולש ישר זווית.....1

משולש ישר זווית:

סיכום כללי:

הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:



$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b}$$

$$a^2 + b^2 = c^2: \text{משפט פיתגורס}$$

שאלות:

1) מצא את ערכו של x / α במשולשים ישרי הזווית הבאים:



2) המשולש ABC שבציור הוא משולש

ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).

AD הוא התיכון לניצב BC.

נתון: $\angle C = 28^\circ$, $AB = 6$ ס"מ.

מצא את AD ואת $\angle BAD$.



- (3) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). BD הוא התיכון ליתר AC והוא חוצה הזווית $\angle A$. נתון: $BD = 5.6$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ. מצא את BE ואת $\angle BAE$.

- (4) מצא את זוויתיו של מעוין שאורכי אלכסונו 24 ס"מ ו-18 ס"מ.



- (5) המשולש ABC חסום במעגל כך שהצלע AC היא קוטר המעגל. המשיק למעגל בנקודה A והמשך הצלע CB נפגשים בנקודה D. נתון: $\angle DAB = 32^\circ$, $BD = 4$ ס"מ. מצא את אורכו של רדיוס המעגל.

- (6) במשולש שווה שוקיים שבו השוק ארוכה ב-4 ס"מ מהבסיס נתון כי זווית הראש היא 34.92° . מצא את שטח המשולש.



- (7) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). נתון: $AB = a$, $\angle A = \alpha$. הבע באמצעות a ו- α את היקף המשולש.



- (8) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). AD הוא התיכון לניצב BC. נתון: $AB = b$, $\angle C = \alpha$. הבע באמצעות b ו- α את אורכי הקטעים BD ו-AD.

- (9) במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא α ואורך חוצה זווית זו הוא k . הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ואת אורך היתר.



- (10)** טרפז ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = \angle C = 90^\circ$). הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש- $AG \perp DG$. נתון: $\angle BAG = \beta$, $AG = DG = m$. הבע באמצעות β ו- m את שטח הטרפז.



- (11)** המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle A = 90^\circ$). הקטעים AD ו- AE הם בהתאמה גובה ליתר וחוצה זווית. מסמנים: $\angle DAE = \alpha$, $DE = k$.
א. הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ABC.
ב. חשב את שטח המשולש ABC אם ידוע כי: $\alpha = 30^\circ$ ו- $k = 2$.



- (12)** במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו- F הנמצאות על הצלעות AB ו- BC בהתאמה כך ש- $AE = BE$. מקיימת: $3AE = BE$ ו- F היא אמצע הצלע BC. אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE. מעבירים את הקטעים EF, DF ו- DE כך שנוצר במשולש DEF.
א. סמן ב- t את אורך הקטע AE והבע באמצעות t את אורכי צלעות המשולש DEF.
ב. חשב את זוויות המשולש EDF.

- (13)** משולש שווה שוקיים שאורך שוקו k וזווית הבסיס שלו היא β חוסם מעגל. הבע באמצעות β ו- k את רדיוס המעגל.

- (14)** בטרפז ישר זווית חסום מעגל. אורך השוק הארוכה בטרפז היא b והזווית שהיא יוצרת עם הבסיס הגדול היא α . הבע באמצעות α ו- b את אורכו של הבסיס הגדול בטרפז ואת שטחו.

הערה: השאלות הבאות משלבות ידע בגיאומטריה ובטריגונומטריה יחד:



- 15** דרך הקודקודים A, C ו-D של המקבילית ABCD מעבירים מעגל. היקף המעגל חוצה את הצלע AB בנקודה E, $(AE = BE)$. נתון כי DC הוא קוטר במעגל וכי המיתר DE חוצה את זווית D.
- הוכח כי המיתר CE חוצה את זווית C.
 - רדיוס המעגל יסומן ב- R. הבע באמצעות R את היקף המקבילית.
 - מצא את רדיוס המעגל אם ידוע כי שטח המקבילית הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.



- 16** מהנקודה A שמחוץ למעגל מעבירים משיק AB וישר חותך ACD. מעבירים את המיתרים BC ו-BE, אשר זהים באורכם. כמו כן מעבירים את המיתר DE. אורך המיתר CE שונה מאורך המשיק AB.
- הוכח כי המרובע ABEC הוא טרפז.
 - הוכח כי: $\angle BEC = 2 \cdot \angle EDC$.
 - נתונים: $\angle A = 40^\circ$, $AC = 6$ ס"מ, $AB = 9$ ס"מ, $CE = 8$ ס"מ. חשב את שטח המרובע ABEC.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x = 15.665 \quad \text{ב. } x = 8.114 \quad \text{ג. } x = 3.931 \quad \text{ד. } \alpha = 40.005^\circ \quad \text{ה. } \alpha = 29.745^\circ$$

$$(2) \quad \angle BAD = 43.24^\circ, AD = 8.236 \text{ ס"מ}$$

$$(3) \quad \angle BAE = 22.792^\circ, BE = 3.294 \text{ ס"מ}$$

$$(4) \quad 106.26^\circ, 73.74^\circ, 73.74^\circ, 106.26^\circ$$

$$(5) \quad R = 6.04 \text{ ס"מ}$$

$$(6) \quad S = 28.618 \text{ סמ"ר}$$

$$(7) \quad P = a \left(1 + \tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

$$(8) \quad AD = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4 \tan^2 \alpha}}, \quad BD = \frac{b}{2 \tan \alpha}$$

$$(9) \quad AC = \frac{k \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}, \quad S = \frac{k^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \tan \alpha}{2}$$

$$(10) \quad \frac{(m \sin \beta + m \cos \beta)^2}{2}$$

$$(11) \quad \text{א. } S = \frac{k^2}{\cos 2\alpha \tan^2 \alpha} \quad \text{ב. } 24 \text{ סמ"ר}$$

$$(12) \quad \text{א. } DE = t\sqrt{10}, EF = t\sqrt{11.25}, DF = t\sqrt{18.25} \quad \text{ב. } 81.86^\circ, 51^\circ, 47.14^\circ$$

$$(13) \quad R = k \cos \beta \tan \frac{\beta}{2}$$

$$(14) \quad \frac{\frac{1}{2} b \sin \alpha + \frac{\frac{1}{2} b \sin \alpha}{\tan \frac{\alpha}{2}}}{}, S = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha (1 + \sin \alpha)$$

$$(15) \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad \text{ב. } 6R \quad \text{ג. } 4 \text{ ס"מ}$$

$$(16) \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \text{ג. } 32.78 \text{ סמ"ר}$$