

# מתמטיקה לכלכלנים א

פרק 13 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

תוכן העניינים

1. משולש ישר זווית.....1

## משולש ישר זווית:

### סיכום כללי:

### הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:



$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b}$$

$$a^2 + b^2 = c^2: \text{משפט פיתגורס}$$

### שאלות:

1) מצא את ערכו של  $\alpha/x$  במשולשים ישרי הזווית הבאים:



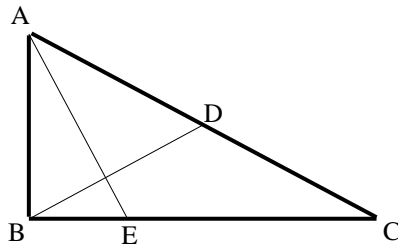
2) המשולש ABC שבציור הוא משולש

ישר זווית ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ).

AD הוא התיכון לניצב BC.

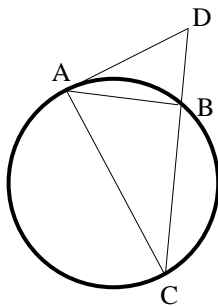
נתון:  $\sphericalangle C = 28^\circ$ ,  $AB = 6$  ס"מ.

מצא את AD ואת  $\sphericalangle BAD$ .



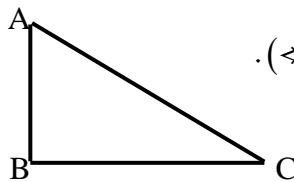
- (3) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ). BD הוא התיכון ליתר ו-AE הוא חוצה הזווית  $\angle A$ . נתון:  $BC = 8$  ס"מ,  $BD = 5.6$  ס"מ. מצא את BE ואת  $\angle BAE$ .

- (4) מצא את זוויותיו של מעוין שאורכי אלכסונו 24 ס"מ ו-18 ס"מ.



- (5) המשולש ABC חסום במעגל כך שהצלע AC היא קוטר המעגל. המשיק למעגל בנקודה A והמשך הצלע CB נפגשים בנקודה D. נתון:  $\angle DAB = 32^\circ$ ,  $BD = 4$  ס"מ. מצא את אורכו של רדיוס המעגל.

- (6) במשולש שווה שוקיים שבו השוק ארוכה ב-4 ס"מ מהבסיס נתון כי זווית הראש היא  $34.92^\circ$ . מצא את שטח המשולש.



- (7) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ). נתון:  $AB = a$ ,  $\angle A = \alpha$ . הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $a$  את היקף המשולש.

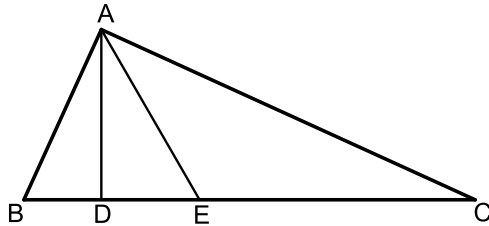


- (8) המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ). AD הוא התיכון לניצב BC. נתון:  $AB = b$ ,  $\angle C = \alpha$ . הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $b$  את אורכי הקטעים AD ו-BD.

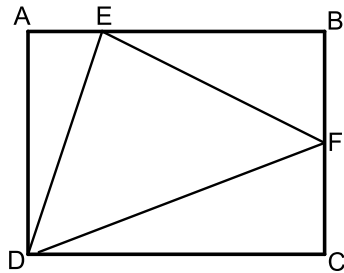
- (9) במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא  $\alpha$  ואורך חוצה הזווית זו הוא  $k$ . הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $k$  את שטח המשולש ואת אורך היתר.



- 10** טרפז ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ). הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש-  $AG \perp DG$ . נתון:  $\angle BAG = \beta$ ,  $AG = DG = m$ . הבע באמצעות  $\beta$  ו-  $m$  את שטח הטרפז.



- 11** המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\angle A = 90^\circ$ ). הקטעים AD ו- AE הם בהתאמה גובה ליתר וחוצה זווית. מסמנים:  $\angle DAE = \alpha$ ,  $DE = k$ .  
א. הבע באמצעות  $k$  ו-  $\alpha$  את שטח המשולש ABC.  
ב. חשב את שטח המשולש ABC אם ידוע כי:  $\alpha = 30^\circ$  ו-  $k = 2$ .

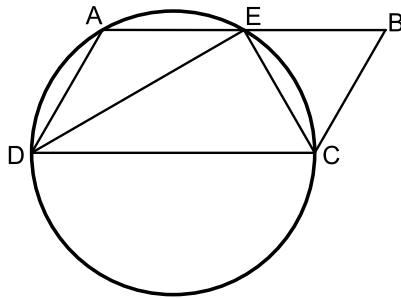


- 12** במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו- F הנמצאות על הצלעות AB ו- BC בהתאמה כך ש-  $3AE = BE$ . מקיימת:  $F$  היא אמצע הצלע BC. אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE. מעבירים את הקטעים EF, DF ו- DE כך שנוצר במשולש DEF.  
א. סמן ב-  $t$  את אורך הקטע AE והבע באמצעות  $t$  את אורכי צלעות המשולש DEF.  
ב. חשב את זוויות המשולש EDF.

- 13** משולש שווה שוקיים שאורך שוקו  $k$  וזווית הבסיס שלו היא  $\beta$  חוסם מעגל. הבע באמצעות  $\beta$  ו-  $k$  את רדיוס המעגל.

- 14** בטרפז ישר זווית חסום מעגל. אורך השוק הארוכה בטרפז היא  $b$  והזווית שהיא יוצרת עם הבסיס הגדול היא  $\alpha$ . הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $b$  את אורכו של הבסיס הגדול בטרפז ואת שטחו.

הערה: השאלות הבאות משלבות ידע בגיאומטריה ובטריגונומטריה יחד:



- 15** דרך הקודקודים  $A, C$  ו- $D$  של המקבילית  $ABCD$  מעבירים מעגל. היקף המעגל חוצה את הצלע  $AB$  בנקודה  $E$ ,  $(AE = BE)$ . נתון כי  $DC$  הוא קוטר במעגל וכי המיתר  $DE$  חוצה את זווית  $D$ .
- הוכח כי המיתר  $CE$  חוצה את זוויות  $C$ .
  - רדיוס המעגל יסומן ב- $R$ .
  - הבע באמצעות  $R$  את היקף המקבילית.
  - מצא את רדיוס המעגל אם ידוע כי שטח המקבילית הוא  $16\sqrt{3}$  סמ"ר.



- 16** מהנקודה  $A$  שמחוץ למעגל מעבירים משיק  $AB$  וישר חותך  $ACD$ . מעבירים את המיתרים  $BC$  ו- $BE$  אשר זהים באורכם. כמו כן מעבירים את המיתר  $DE$ . אורך המיתר  $CE$  שונה מאורך המשיק  $AB$ .
- הוכח כי המרובע  $ABEC$  הוא טרפז.
  - הוכח כי:  $\angle BEC = 2 \cdot \angle EDC$ .
  - נתונים:  $\angle A = 40^\circ$ ,  $AC = 6$  ס"מ,  $AB = 9$  ס"מ,  $CE = 8$  ס"מ. חשב את שטח המרובע  $ABEC$ .

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x = 15.665 \quad \text{ב. } x = 8.114 \quad \text{ג. } x = 3.931 \quad \text{ד. } \alpha = 40.005^\circ \quad \text{ה. } \alpha = 29.745^\circ$$

$$(2) \quad AD = 8.236 \text{ ס"מ}, \quad \sphericalangle BAD = 43.24^\circ$$

$$(3) \quad BE = 3.294 \text{ ס"מ}, \quad \sphericalangle BAE = 22.792^\circ$$

$$(4) \quad 73.74^\circ, 73.74^\circ, 106.26^\circ, 106.26^\circ$$

$$(5) \quad R = 6.04 \text{ ס"מ}$$

$$(6) \quad S = 28.618 \text{ סמ"ר}$$

$$(7) \quad P = a \left( 1 + \tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

$$(8) \quad AD = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4 \tan^2 \alpha}}, \quad BD = \frac{b}{2 \tan \alpha}$$

$$(9) \quad AC = \frac{k \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}, \quad S = \frac{k^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \tan \alpha}{2}$$

$$(10) \quad \frac{(m \sin \beta + m \cos \beta)^2}{2}$$

$$(11) \quad \text{א. } S = \frac{k^2}{\cos 2\alpha \tan^2 \alpha} \quad \text{ב. } 24 \text{ סמ"ר}$$

$$(12) \quad \text{א. } DE = t\sqrt{10}, \quad EF = t\sqrt{11.25}, \quad DF = t\sqrt{18.25} \quad \text{ב. } 81.86^\circ, 51^\circ, 47.14^\circ$$

$$(13) \quad R = k \cos \beta \tan \frac{\beta}{2}$$

$$(14) \quad \frac{1}{2} b \sin \alpha + \frac{\frac{1}{2} b \sin \alpha}{\tan \frac{\alpha}{2}}, \quad S = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha (1 + \sin \alpha)$$

$$(15) \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad \text{ב. } 6R \quad \text{ג. } 4 \text{ ס"מ}$$

$$(16) \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \text{ג. } 32.78 \text{ סמ"ר}$$