# סדנת ריענון במתמטיקה למדעים והנדסה

## פרק 19 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית

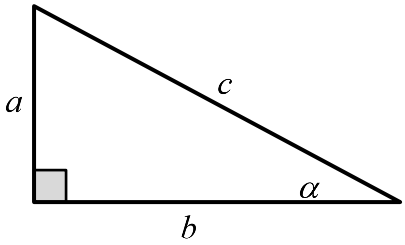
### תוכן העניינים

1. משולש ישר זווית ..... 1

# משולש ישר זווית:

## סיכום כללי:

### הגדרות הפונקציות הטריגונומטריות:




$$\sin\alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c}$$

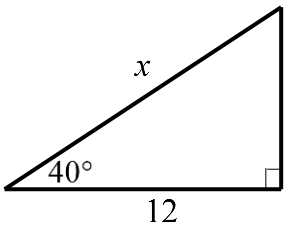
$$\tan\alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b}$$

משפט פיתגורס: $a^2+b^2=c^2$

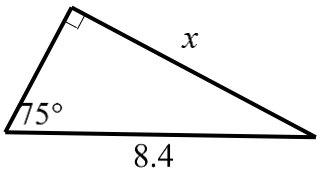
## שאלות:

**1)** מצא את ערכו של $\alpha$ / $x$ במשולשים ישרי הזווית הבאים:

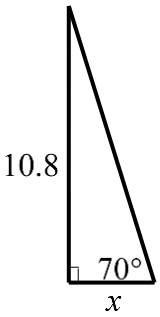
א.



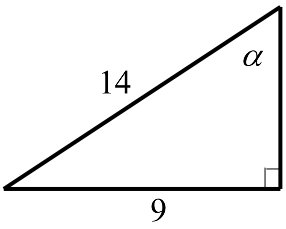

ב.



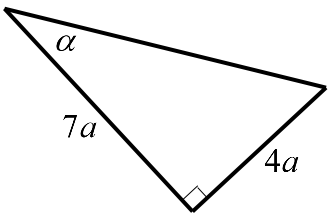

ג.




ד.




ה.

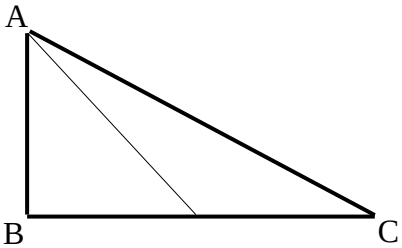



**2)** המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B = 90°)$.

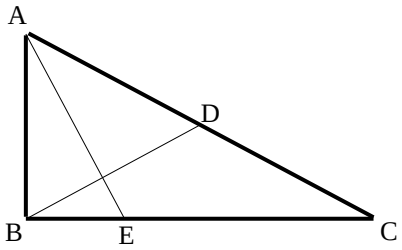
AD הוא התיכון לניצב BC.

נתון: $\sphericalangle C = 28°$ , 6 ס"מ = AB.

מצא את AD ואת $\sphericalangle BAD$.

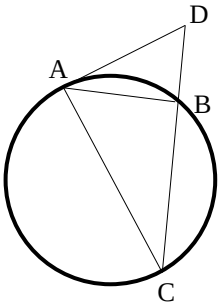


**3)** המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B=90°)$. BD הוא התיכון ליתר ו-AE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle A$.
נתון: BD = 5.6 ס"מ , BC = 8 ס"מ.
מצא את BE ואת $\sphericalangle BAE$.



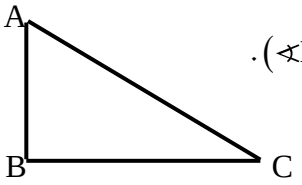

**4)** מצא את זוויותיו של מעוין שאורכי אלכסוניו 24 ס"מ ו-18 ס"מ.

**5)** המשולש ABC חסום במעגל כך שהצלע AC היא קוטר המעגל.
המשיק למעגל בנקודה A והמשך הצלע CB נפגשים בנקודה D.
נתון: BD=4 ס"מ , $\sphericalangle DAB=32°$.
מצא את אורכו של רדיוס המעגל.

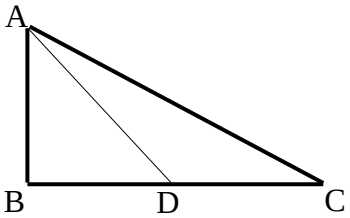



**6)** במשולש שווה שוקיים שבו השוק ארוכה ב-4 ס"מ מהבסיס נתון כי זווית הראש היא $34.92°$. מצא את שטח המשולש.

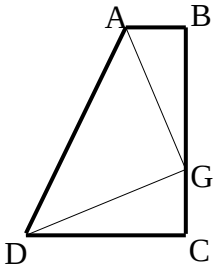
**7)** המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B=90°)$.
נתון: $\sphericalangle A=\alpha$ , $AB=a$.
הבע באמצעות $\alpha$ ו-$a$ את היקף המשולש.



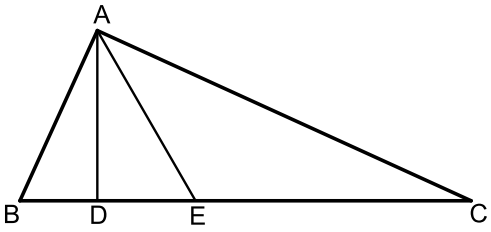

**8)** המשולש ABC שבציור הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B=90°)$.
AD הוא התיכון לניצב BC.
נתון: $\sphericalangle C=\alpha$ , $AB=b$.
הבע באמצעות $\alpha$ ו-$b$ את אורכי הקטעים BD ו-AD.




**9)** במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא $\alpha$ ואורך חוצה זווית זו הוא $k$.
הבע באמצעות $\alpha$ ו-$k$ את שטח המשולש ואת אורך היתר.



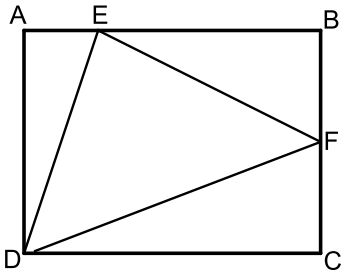

**10)** טרפז ABCD הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle B=\sphericalangle C=90°)$.
הנקודה G נמצאת על השוק BC כך ש- $AG\perp DG$.
נתון: $AG=DG=m$ , $\sphericalangle BAG=\beta$.
הבע באמצעות $\beta$ ו- $m$ את שטח הטרפז.




**11)** המשולש ABC הוא ישר זווית $(\sphericalangle A=90°)$.
הקטעים AD ו-AE הם בהתאמה גובה
ליתר וחוצה זווית.
מסמנים: $DE=k$ , $\sphericalangle DAE=\alpha$.

א. הבע באמצעות $k$ ו- $\alpha$
את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC
אם ידוע כי: $\alpha=30$ ו- $k=2$.




**12)** במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו-F
הנמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה כך ש-E
מקיימת: $3AE=BE$ ו-F היא אמצע הצלע BC.
אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE.
מעבירים את הקטעים DF , EF ו-DE כך
שנוצר במשולש DEF.

א. סמן ב- $t$ את אורך הקטע AE והבע
באמצעות $t$ את אורכי צלעות המשולש DEF.

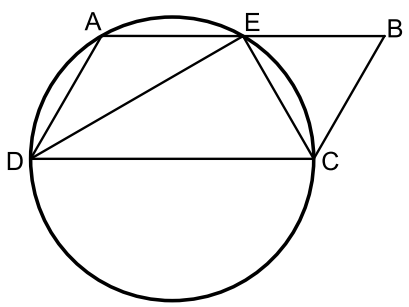
ב. חשב את זוויות המשולש EDF.

**13)** משולש שווה שוקיים שאורך שוקו $k$ וזווית הבסיס שלו היא $\beta$ חוסם מעגל.
הבע באמצעות $\beta$ ו- $k$ את רדיוס המעגל.

**14)** בטרפז ישר זווית חסום מעגל. אורך השוק הארוכה בטרפז היא $b$ והזווית
שהיא יוצרת עם הבסיס הגדול היא $\alpha$.
הבע באמצעות $\alpha$ ו- $b$ את אורכו של הבסיס הגדול בטרפז ואת שטחו.

**הערה: השאלות הבאות משלבות ידע בגיאומטריה ובטריגונומטריה יחד:**

**15)** דרך הקודקודים A , C ו-D של המקבילית ABCD מעבירים מעגל. היקף המעגל חוצה את הצלע AB בנקודה E, $(AE = BE)$.



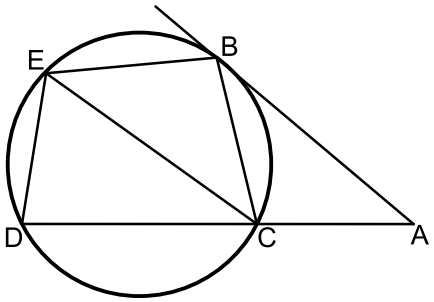

נתון כי DC הוא קוטר במעגל וכי המיתר DE חוצה את זווית D.

א. הוכח כי המיתר CE חוצה את זוויות C.

ב. רדיוס המעגל יסומן ב- $R$.
הבע באמצעות $R$ את היקף המקבילית.

ג. מצא את רדיוס המעגל אם ידוע כי שטח המקבילית הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.

**16)** מהנקודה A שמחוץ למעגל מעבירים משיק AB וישר חותך ACD.
מעבירים את המיתרים BC ו-BE אשר זהים באורכם.
כמו כן מעבירים את המיתר DE.
אורך המיתר CE שונה מאורך המשיק AB.




א. הוכח כי המרובע ABEC הוא טרפז.

ב. הוכח כי: $2\cdot\sphericalangle BEC = \sphericalangle EDC$.

ג. נתונים: $\sphericalangle A = 40°$, $AC =$ 6 ס"מ, $AB =$ 9 ס"מ, $CE =$ 8 ס"מ.
חשב את שטח המרובע ABEC.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x=15.665$ ב. $x=8.114$ ג. $x=3.931$ ד. $\alpha=40.005°$ ה. $\alpha=29.745°$.

**2)** $\sphericalangle BAD=43.24°$ , $AD=$ ס"מ 8.236.

**3)** $\sphericalangle BAE=22.792°$ , $BE=$ ס"מ 3.294.

**4)** $106.26°$ , $106.26°$ , $73.74°$ , $73.74°$.

**5)** $R=$ ס"מ 6.04.

**6)** $S=$ סמ"ר 28.618.

**7)** $P=a\left(1+\tan\alpha+\dfrac{1}{\cos\alpha}\right)$.

**8)** $BD=\dfrac{b}{2\tan\alpha}$ , $AD=\sqrt{b^2+\dfrac{b^2}{4\tan^2\alpha}}$.

**9)** $S=\dfrac{k^2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}\tan\alpha}{2}$ , $AC=\dfrac{k\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$.

**10)** $\dfrac{\left(m\sin\beta+m\cos\beta\right)^2}{2}$.

**11)** א. $S=\dfrac{k^2}{\cos 2\alpha\tan^2\alpha}$ ב. 24 סמ"ר.

**12)** א. $DF=t\sqrt{18.25}$ , $EF=t\sqrt{11.25}$ , $DE=t\sqrt{10}$ ב. $47.14°$ , $51°$ , $81.86°$.

**13)** $R=k\cos\beta\tan\dfrac{\beta}{2}$.

**14)** $S=\dfrac{1}{2}b^2\sin\alpha\left(1+\sin\alpha\right)$ , $\dfrac{1}{2}b\sin\alpha+\dfrac{\dfrac{1}{2}b\sin\alpha}{\tan\dfrac{\alpha}{2}}$.

**15)** א. שאלת הוכחה. ב. $6R$ ג. 4 ס"מ.

**16)** א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 32.78 סמ"ר.