

קורס קדם במתמטיקה למהנדסים

פרק 15 - טריגונומטריה במישור

תוכן העניינים

1. שאלות יסודיות עם משפט הסינוסים והקוסינוסים.....1
2. שאלות העוסקות בנוסחת שטח משולש.....9

שאלות יסודיות עם משפט הסינוסים והקוסינוסים:

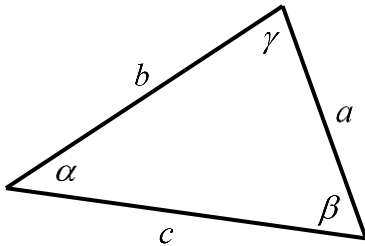
סיכום כללי:

משפט הסינוסים:

במשולש, צלע חלקי סינוס הזווית שמולה הוא גודל קבוע והוא שווה לפעמיים רדיוס המעגל החוסם.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

בצורה מתמטית:



משפט הקוסינוסים:

במשולש, ריבוע צלע אחת שווה לסכום ריבועי שתי הצלעות האחרות פחות מכפלתן

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \text{או} \quad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

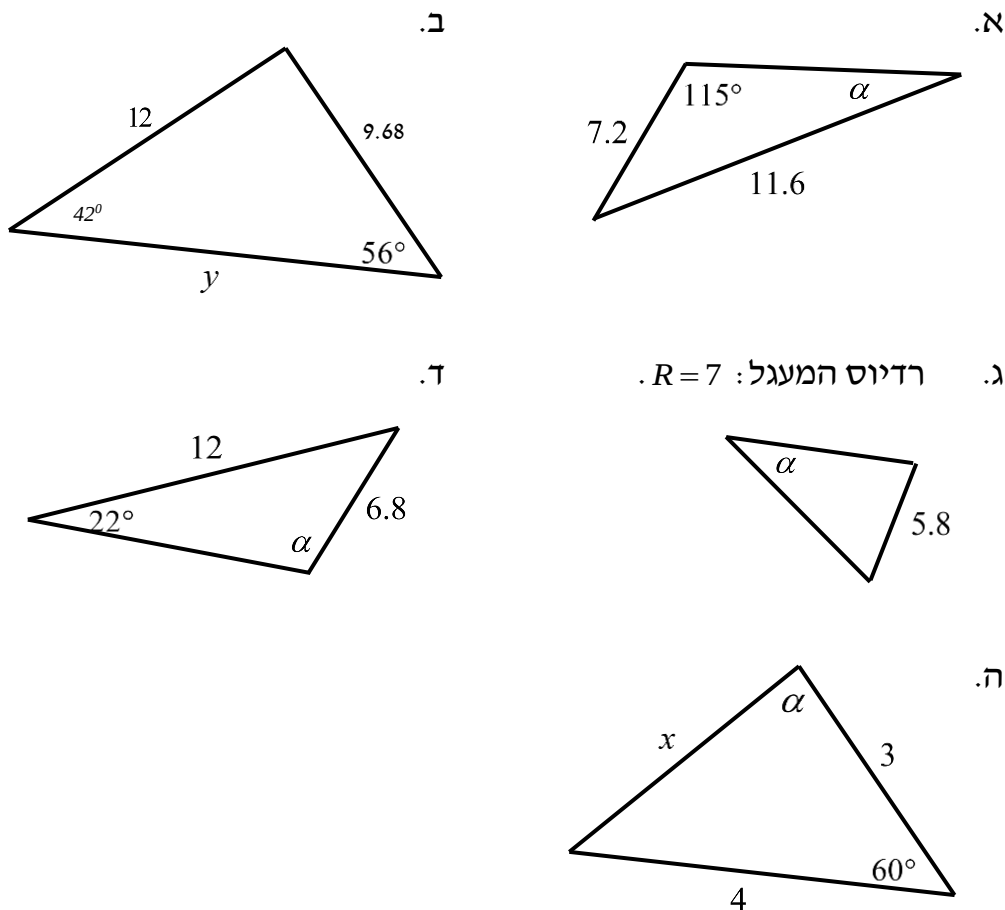
בקוסינוס הזווית שבניהן:

מתי נשתמש בכל משפט:

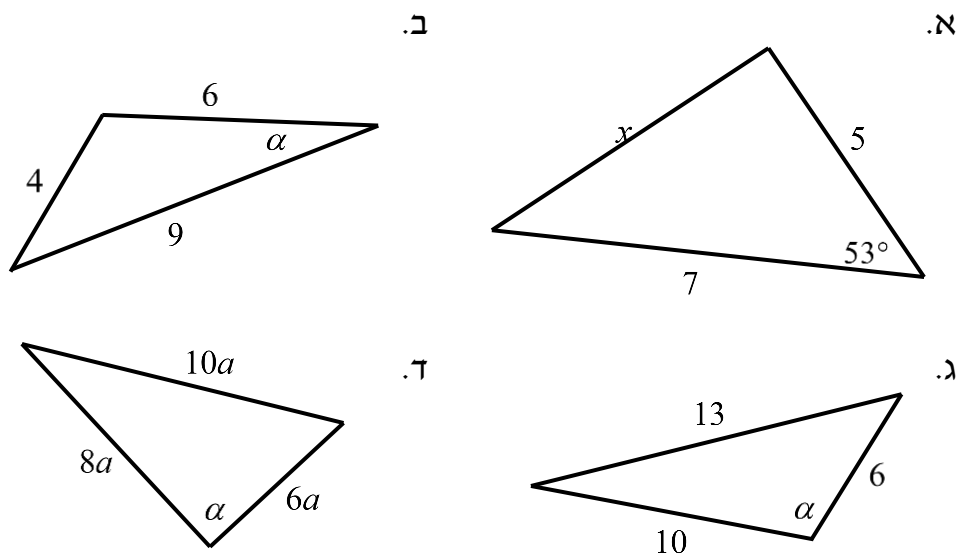
- נשתמש במשפט הסינוסים כאשר:
 - נתונות שתי זוויות וצלע.
 - נתונות שתי צלעות והזווית מול אחת מהן.
 - נתון רדיוס המעגל החוסם וצלע/זווית נוספת.
- נשתמש במשפט הקוסינוסים כאשר:
 - נתונות שתי צלעות והזווית ביניהן.
 - נתונות שלוש צלעות.
- כאשר ישנם יותר נתונים מאשר בסעיפים שלהלן ייתכן שנוכל להשתמש בשני המשפטים. בבחירת המשפט שבו נשתמש כדאי לזכור שבמשפט הסינוסים ייתכנו שתי תשובות לזווית, גם אם בפועל רק אחת נכונה, ובמשפט הקוסינוסים תתקבל בוודאות הזווית הנכונה.

שאלות:

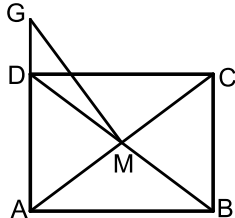
(1 מצא את ערכו של $a/x/y$ במשולשים הבאים
 (R הוא רדיוס המעגל החוסם, נתוני הצלעות בס"מ):



(2 מצא את ערכו של a/x במשולשים הבאים:

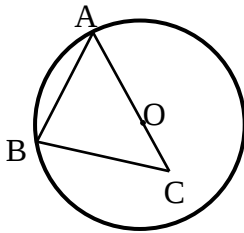


- (3) נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$) שאורך השוק שלו הוא 22 ס"מ וגודלה של זווית הבסיס בו הוא 70° . CD הוא חוצה זווית הבסיס C . מצא את אורכו של הקטע AD .



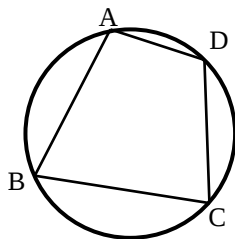
- (4) אלכסוני המלבן $ABCD$ נפגשים בנקודה M . הנקודה G נמצאת על המשך הצלע AD . נתון: $AD = 3$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ, $DG = 1.2$ ס"מ. מצא את גודלו של הקטע GM .

- (5) מרובע שאורכי אלכסוניו 8 ס"מ ו-11 ס"מ חסום במעגל שאורך רדיוסו הוא 6 ס"מ. חשב את זוויות המרובע.

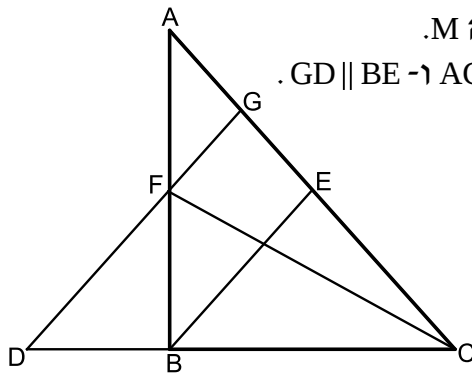


- (6) הצלע AB במשולש ABC היא מיתר במעגל שמרכזו O . הצלע AC עוברת במרכז המעגל כמתואר בשרטוט. נתון: $BC = 9$ ס"מ, $OC = 3$ ס"מ, $\angle BAC = 38^\circ$. מצא את אורכם של רדיוס המעגל ושל הצלע AB .

- (7) אחד האלכסונים במקבילית יוצר זווית של 30° עם צלע אחת של המקבילית וזווית של 61.05° עם הצלע הסמוכה לה. אחת מצלעות המקבילית גדולה ב-3 ס"מ מהצלע הסמוכה לה. חשב את היקף המקבילית.



- (8) המרובע $ABCD$ חסום במעגל. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $BC = 9$ ס"מ, $CD = 10$ ס"מ, ו- $AD = 4$ ס"מ. מצא את אורכם של האלכסון AC ושל רדיוס המעגל.



9) BE ו-CF הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M.

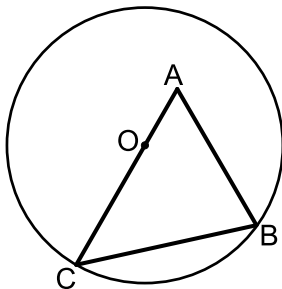
מהנקודה F מעבירים קטע GD כך שמתקיים: $AC = DC$ ו- $GD \parallel BE$.

א. הוכח: $\frac{AG}{BD} = \frac{3}{4}$.

ב. נתון כי: $ME = 4$ ס"מ. חשב את אורך הקטע DG.

ג. נתון כי: $\angle ACD = 48.189^\circ$. הוכח כי המשולש DGC הוא שווה-שוקיים.

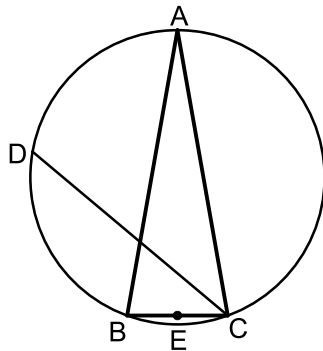
10) נתון משולש ABC. הקודקודים B ו-C של המשולש ABC נמצאים על מעגל שמרכזו O. מרכז המעגל O מונח על הצלע AC. אורך הצלע AB הוא 12 ס"מ ואורך הקטע AO הוא 4.5 ס"מ. זווית BAC היא 60° .



א. חשב את רדיוס המעגל.

ב. מעבירים את הקוטר BD ואת הקטע AD כך שנוצר המשולש ADB. חשב את זווית ADB.

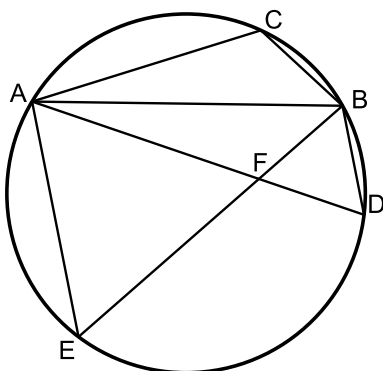
11) המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$) החסום במעגל שרדיוסו R. הנקודה E היא אמצע הבסיס BC והנקודה D היא אמצע הקשת $\widehat{AB}$. ידוע כי זווית הבסיס של המשולש היא 80° .



א. הבע באמצעות R את הקטעים CD ו-DE.

ב. r הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש CED. הבע באמצעות R את r .

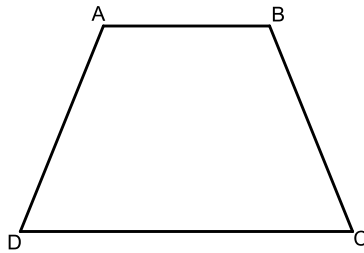
12) AB , AC ו- AD הם מיתרים במעגל המקיימים: $\widehat{BC} = \widehat{BD}$. מהנקודה E שעל המעגל מעבירים את המיתרים BE ו-AE. המיתרים BE ו-AD נחתכים בנקודה F. נתון כי: $AC = AF = EF$.



א. הוכח: $\triangle ABF \cong \triangle ABC$.

ב. נתון גם: $3 \cdot \angle CAB = \angle DAE$. הוכח כי המשולש AFE הוא שווה צלעות.

13 המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AB \parallel CD, AD = BC$).



מידות הטרפז הן:

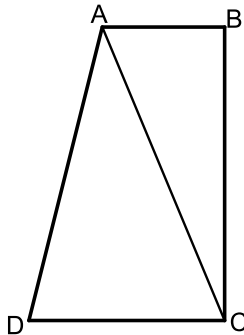
$AB = 6$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ, $CD = 12$ ס"מ.

א. מצא את זווית C (עגל למספר שלם).

ב. מצא את אורך אלכסון הטרפז.

ג. חשב את רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

14 המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ($AB \parallel CD, \angle B = 90^\circ$).



מסמנים את הבסיס: $AB = t$ וידוע כי: $AD = 3t$, $DC = 1.6t$.

היקף הטרפז הוא: 40 ס"מ.

א. הבע באמצעות t את אורך האלכסון AC.

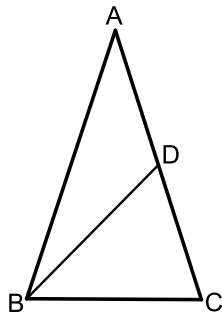
ב. ידוע גם כי: $\angle D = 60^\circ$.

i. חשב את אורך הקטע AC.

ii. חשב את שטח הטרפז.

15 המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$) בעל זווית

ראש 36° החסום במעגל שקוטרו 16 ס"מ. מעבירים תיכון לשוק BD.



א. מצא את אורך הבסיס BC במשולש.

ב. חשב את אורך התיכון BD.

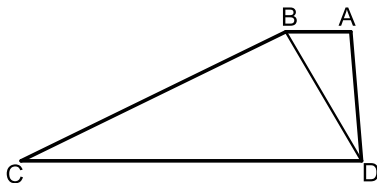
ג. מסמנים:

r_1 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD.

r_2 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCD.

הוכח את היחס הבא: $\frac{r_1}{r_2} = 2 \cos 36^\circ$.

16 המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).



מעבירים את האלכסון BD המקיים: $\angle BCD = \angle ADB$.

נתון כי: $AB = 5$ ס"מ, $AD = 10$ ס"מ, $CD = 20$ ס"מ.

כמו כן ידוע כי השוק BC גדולה פי 2 מהאלכסון BD.

א. הראה כי השוק BC שווה לבסיס CD.

ב. חשב את זווית C.

ג. ממשיכים את שוקי הטרפז AD ו-BC עד לנקודה E שמחוץ לטרפז.

חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDE.

17 באיור שלפניך נתון המרובע ABCD.

ידוע כי: $\angle D = 90^\circ$.

נסמן את הצלעות באופן הבא: $AB = 6x$, $BC = 5x$, $CD = 8x$, $AD = 3x$.

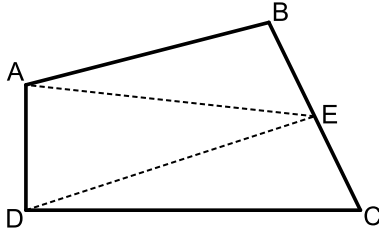
א. חשב את זווית BCD.

ב. E היא נקודה הנמצאת על אמצע הצלע BC.

מעבירים את הקטעים AE ו-DE כך

ש-DE מקביל ל-AB.

חשב את היחס הבא: $\frac{S_{ABE}}{S_{BCD}}$.



18 מהנקודה O מעבירים את הקטעים OA, OB, OC ו-OD.

ידוע כי זווית AOB שווה לזווית COD והיא מסומנת ב- α .

המשולש COD הוא ישר זווית $\angle CDO = 90^\circ$.

נתונים האורכים: $BO = 9$, $DO = 10$.

מסמנים: $BC = 1.4m$, $CD = 1.5m$.

א. הבע באמצעות m את $\sin \alpha$.

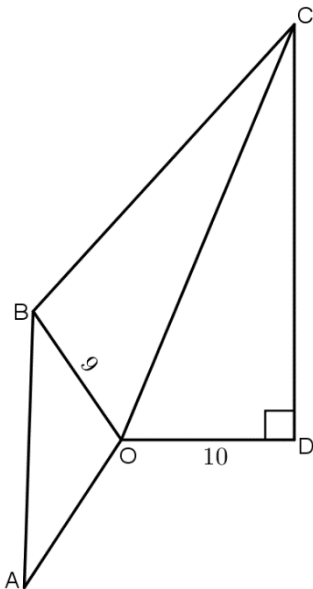
(העזר במשולש COD ובטא תחילה את CO).

ב. נתון גם כי: $AB = m$.

מצא את m אם ידוע כי רדיוס המעגל החוסם

את המשולש AOB הוא $8\frac{2}{3}$.

ג. חשב את זווית BOC.



19 במשולש ABC הזווית A היא בת 60° .

מעבירים את הקטע AD כך שנוצרת זווית: $\angle ADB = 60^\circ$.

ידוע כי $AB = \sqrt{28}$ וכי הצלע AD במשולש ABD

גדולה פי 1.5 מהצלע BD.

א. מצא את אורך הצלע BD.

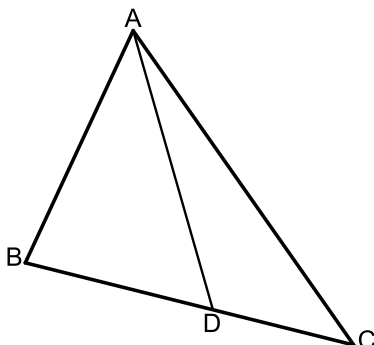
ב. היקף המשולש ABC הוא: $P = 5\sqrt{7} + 7$.

i. סמן: $DC = t$ והבע באמצעות t

את אורך הצלע AC.

ii. מצא את t .

ג. חשב את שטח המשולש ABC.



(20) מהנקודה A מעבירים את הקטעים AB ו-AC.

הנקודה D היא אמצע AC וממנה מעבירים את DE המקביל ל-AB.

הנקודות E, C ו-F נמצאות על אותו הישר.

ידוע כי המשולשים ABD, DEF ו-DCE הם

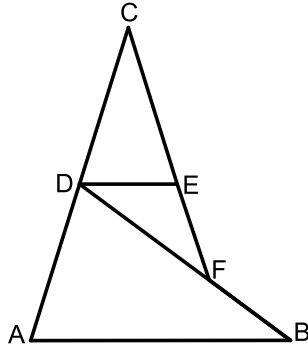
שווי שוקיים ($AB = BD$, $DC = CE$, $EF = DE$).

נתון כי: $AD = 8$.

א. חשב את אורך הקטע BF.

ב. מחברים את הנקודות B ו-C.

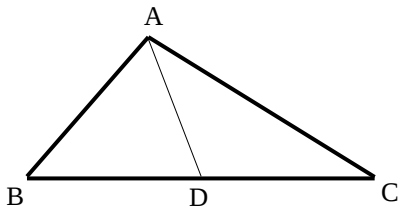
חשב את אורך הצלע BC.



(21) בשרטוט נתון: $AB = 6$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ,

5 ס"מ AD . הנקודה D היא אמצע הצלע BC.

חשב את אורך הקטע BC.



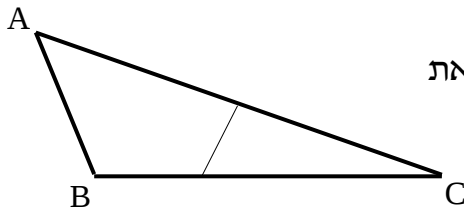
(22) הצלע AC במשולש ABC גדולה פי 4 מהצלע AB.

הנקודה E היא אמצע הצלע AC והנקודה D נמצאת

על הצלע BC כך שמתקיים $DC = 2BD$.

נתון: $AB = a$, $BC = b$.

הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע DE.

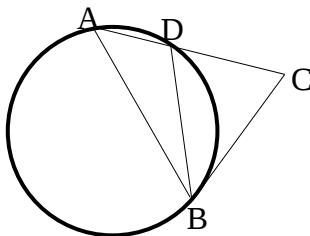


(23) המשולש ABD חסום במעגל שרדיוסו R.

המשך הצלע AD והמשיק למעגל בנקודה B

נפגשים בנקודה C. נתון: $\angle C = \alpha$, $\angle ADB = \beta$.

הבע באמצעות R, α ו- β את אורך הקטע BC.

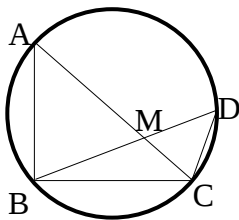


(24) AC ו-BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R,

שנפגשים בנקודה M. זווית $\angle B$ היא זווית ישרה.

נתון: $AB = k$, $DM = p$, $DC = q$.

הבע באמצעות R, k, p ו-q את אורך הקטע MC.



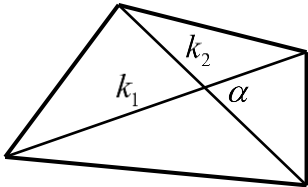
תשובות סופיות:

- (1) א. $\alpha = 34.231^\circ$ ב. $y = 14.33$ ס"מ ג. $\alpha = 155.526^\circ$ או $\alpha = 24.474^\circ$
- (2) ד. $\alpha = 41.382^\circ$ או $\alpha = 138.618^\circ$ ה. $x = 3.606$ ס"מ , $\alpha = 73.898^\circ$
- (3) א. $x = 5.646$ ס"מ ב. $\alpha = 20.742^\circ$ ג. $\alpha = 105.962^\circ$ ד. $\alpha = 90^\circ$
- (4) $AD = 13.064$ ס"מ
- (5) $GM = 3.360$ ס"מ
- (6) $66.444^\circ, 113.556^\circ, 41.810^\circ, 138.190^\circ$
- (7) $R = 9.242$ ס"מ , $AB = 14.56$ ס"מ
- (8) $P = 22$ ס"מ
- (9) $R = 5.395$ ס"מ , $AC = 10.790$ ס"מ
- (10) $DG = 18$
- (11) א. $R = 10.5$ ס"מ ב. 24.32°
- (12) א. $DE = 1.48R$, $CD = R\sqrt{3}$ ב. $r = 1.15R$
- (13) א. 68° ב. 11.66 ס"מ ג. $R = 6.29$ ס"מ
- (14) א. $AC = \sqrt{32.36t^2 - 448t + 1600}$ ב. i. 13 ס"מ ii. 78 סמ"ר
- (15) א. 9.4 ס"מ ב. i. 10 ס"מ
- (16) א. $\angle C = 28.9^\circ$ ג. $R = 13.77$
- (17) א. 64.04° ב. $\frac{S_{ABE}}{S_{ECD}} = 0.817$
- (18) א. $\sin \alpha = \frac{1.5m}{\sqrt{100 + 2.25m^2}}$ ב. $m = 16$ ג. 56.94°
- (19) א. 4 ב. i. $1.5\sqrt{28} + 3 - t$ ii. 3 ג. $S = 18.18$
- (20) א. 4.94 ס"מ ב. 17.19 ס"מ
- (21) $BC = 10$ ס"מ
- (22) $DE = \sqrt{\frac{1}{9}b^2 - a^2}$
- (23) $BC = \frac{2R \sin \beta \sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}$
- (24) $MC = \sqrt{p^2 + q^2 - \frac{pqk}{R}}$

שאלות העוסקות בנוסחת שטח משולש:

סיכום כללי:

שטחים של משולשים ומרובעים:

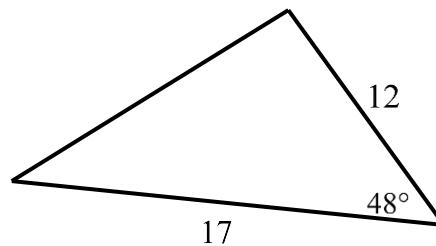


- שטח משולש ניתן לחישוב ע"י: $S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$
- שטח מרובע ניתן לחישוב ע"י אלכסונו: $S = \frac{k_1 k_2 \sin \alpha}{2}$

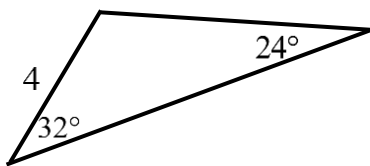
שאלות:

25) חשב את שטחי המשולשים הבאים:

א.



ב.



26) חשב את שטחו של טרפז שווה שוקיים שאורך האלכסון שלו 8 ס"מ והוא יוצר זווית של 15° עם הבסיסים.

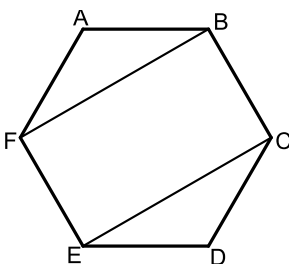
27) אורכו של מלבן הוא m ורוחבו n . הזווית שבין אלכסונו המלבן היא θ .

$$\sin \theta = \frac{2mn}{m^2 + n^2} \quad \text{הוכח כי מתקיים:}$$

28) במשולש ישר זווית ABC ($\angle B = 90^\circ$), BD חוצה את הזווית $\angle B$.

נתון: $\angle A = \alpha$, $AB = m$.

הבע באמצעות α ו- m את שטח המשולש BCD .



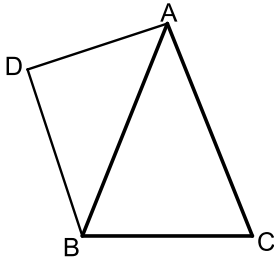
29) באיור שלפניך נתון משושה משוכלל ששטחו הכולל הוא S .

א. הבע באמצעות S את אורך צלע המשושה.

ב. מעבירים אלכסונים במשושה כך שנוצר המלבן $BFEC$.

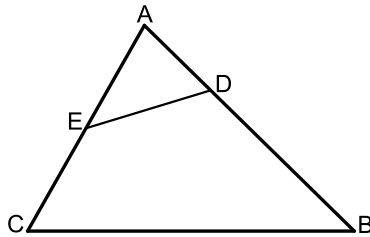
הבע באמצעות S את שטח המלבן.

30 המשולש ABC הוא שווה שוקיים בעל זווית ראש α , $(AB = AC)$. אורך הבסיס BC הוא k .



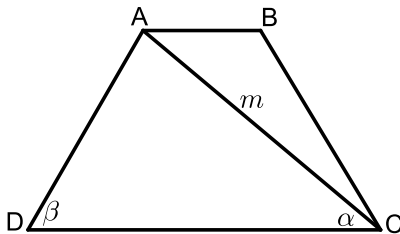
- על השוק AB בונים משולש ישר זווית ABD ובו $\angle D = 90^\circ$.
- הבע באמצעות k ו- α את אורך שוק המשולש ABC.
 - הניצב AD במשולש ABD שווה ל- $0.85k$.
 - וכי: $\angle ABD = 40^\circ$. מצא את זוויות המשולש ABC.
 - חשב את שטח המרובע ACBD אם ידוע כי $k = 6$.

31 במשולש ABC אורך הצלע AC הוא 8 ס"מ ואורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. הנקודה E היא אמצע הצלע AC והנקודה D מקיימת: $AD = 3$ ס"מ.



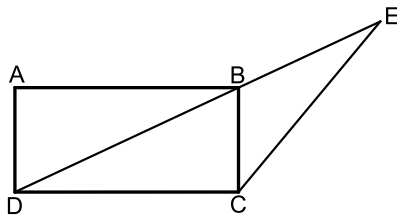
- ידוע כי: $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$.
- מצא את אורך הקטע DE.
 - חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE.
 - חשב את שטח המרובע BCED.

32 המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. הקטע AC הוא אלכסון בטרפז.

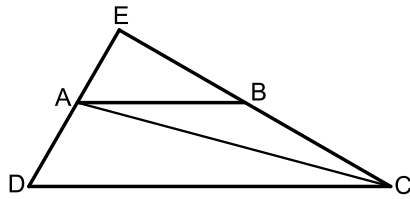


- מסמנים: $AC = m$, $\angle ACD = \alpha$, $\angle ADC = \beta$.
- הבע באמצעות α , β ו- m את אורך הבסיס הגדול DC.
 - נתון כי האלכסון AC מקיים: $\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = 3$.
 - הבע באמצעות α , β ו- m את הבסיס AB.
 - חשב את שטח הטרפז אם ידוע כי: $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ו- $m = 8$.

33 המרובע ABCD הוא מלבן. מעבירים את האלכסון BD וממשיכים אותו עד לנקודה E שמחוץ למלבן.



- מחברים את הנקודה E עם הקודקוד C.
- ידוע כי אורך הצלע AD של המלבן הוא 6 ס"מ וכי אורך הקטע BE הוא 9 ס"מ. הזווית CBE היא 115° .
- מצא את אורך הקטע CE.
 - מצא את אורך האלכסון BD.
 - חשב את שטח המשולש DCE.



34) המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

ממשיכים את השוקיים AD ו-BC עד לפגישתם

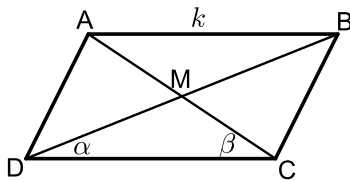
בנקודה E. ידוע כי: $DE \perp CE$.

מעבירים את האלכסון AC אשר חוצה את זווית C. מסמנים את הבסיס הגדול DC ב-k ואת: $\angle ACD = \alpha$.

א. הבע באמצעות k ו- α את הבסיס הקטן AB.

ב. הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ABC.

ג. חשב את שטח המשולש ABC כאשר: $\alpha = 15^\circ$, $k = 12$ ס"מ.



35) נתונה מקבילית ABCD ובה מעבירים

את האלכסונים AC ו-BD אשר נחתכים

בנקודה M כמתואר באיור.

מסמנים: $AB = k$, $\angle BDC = \alpha$, $\angle ACD = \beta$.

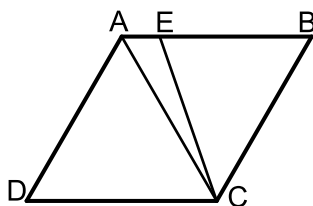
א. הוכח כי אלכסוני המקבילית מקיימים: $\frac{AC}{BD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.

ב. ענה על השאלות הבאות:

i. הבע באמצעות α , β ו-k את שטח המשולש DMC.

ii. הבע באמצעות α , β ו-k את שטח המקבילית ABCD.

ג. נתון כי: $\frac{AC}{BD} = 2$. הראה כי שטח המקבילית הוא: $\frac{4k^2 \sin^2 \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$.



36) המרובע ABCD הוא מעוין ובו $\angle D = 60^\circ$.

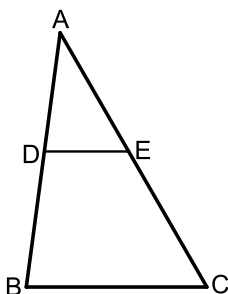
מעבירים את האלכסון AC ואת הקטע CE

כך שהנקודה E נמצאת על הצלע AB ומחלקת

אותה ביחס: $\frac{BE}{AE} = 4$.

א. חשב את זווית AEC.

ב. נתון כי שטח המשולש AEC הוא 8.66 סמ"ר. חשב את שטח המעוין.



37) הקטע DE מקביל לצלע BC במשולש ABC כמתואר באיור.

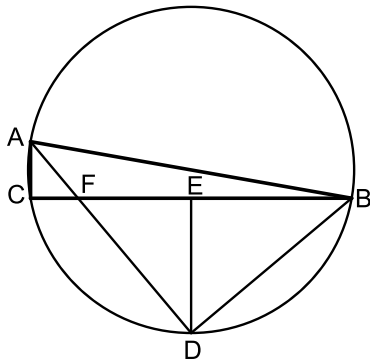
נתון כי: $BC = 15$, $CE = 13$, $BD = \sqrt{129}$.

ידוע כי זווית AED היא 60° .

א. חשב את אורך הקטע DE אם ידוע

ב. כי הוא קטן מ-10 ס"מ.

ג. חשב את שטח המשולש ADE.



(38) המשולש ABC חסום במעגל כך ש-AB הוא קוטר.

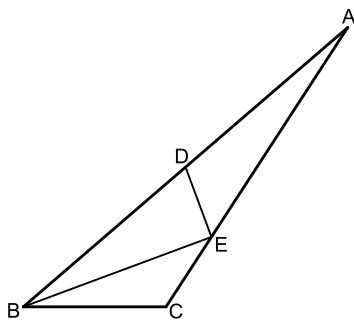
הנקודה D היא אמצע הקשת BC וממנה מעבירים את המיתרים AD ו-BD ומעלים גובה DE לצלע BC.

מסמנים: $DE = k$ ונתון כי: $\angle ABC = 10^\circ$.

א. הבע באמצעות k את רדיוס המעגל.

ב. הבע באמצעות k את שטח המשולש ABF.

ג. מצא את k אם ידוע כי שטח המשולש ABF הוא 15.363 סמ"ר.



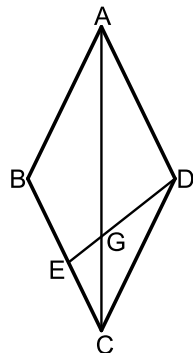
(39) במשולש ABC הקטע BE חוצה את זווית B.

הנקודה D היא אמצע הצלע AB ומקיימת: $DE = CE$.

ידוע כי: $BC = 6$, $BE = 8$, $BD = 9$.

א. מצא את זווית B.

ב. חשב את שטח המשולש ADE.



(40) נתון המעוין ABCD. אורך האלכסון הגדול במעוין AC גדול פי 1.8 מצלע המעוין.

א. חשב את זוויות המעוין.

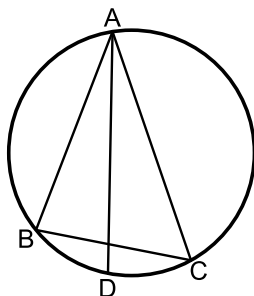
ב. מהקודקוד D מעבירים את הקטע DE שאורכו הוא m .

הקטע DE חותך את האלכסון AC בנקודה G.

הזווית EDC תסומן ב- α .

i. הבע באמצעות m ו- α את אורך הקטע CE.

ii. הבע באמצעות m ו- α את שטח המשולש EGC.



(41) המשולש ABC חסום במעגל כמתואר באיור.

מעבירים את המיתר AD החוצה את זווית BAC.

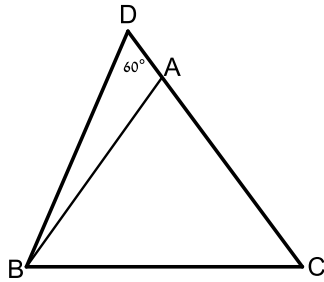
ידוע כי: $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$.

מסמנים: $AD = k$.

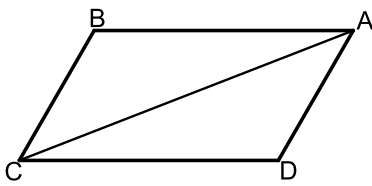
א. הבע באמצעות k את אורך המיתר BD.

ב. ידוע כי שטח המשולש ABD הוא 7.368 סמ"ר.

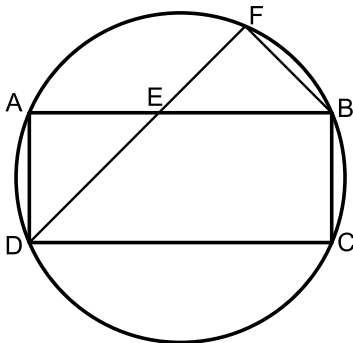
מצא את k (עגל למספר שלם).



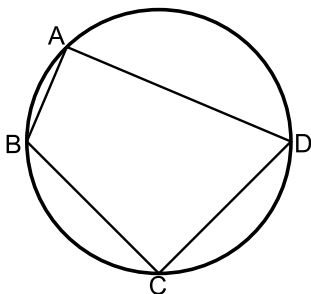
- 42** המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$). ממשיכים את הצלע AC עד לנקודה D כך שאורך שוק המשולש גדולה פי 3.8 מהקטע AD. ידוע כי: $\angle D = 60^\circ$. אורך הקטע BD הוא 21 ס"מ. א. מצא את אורך הקטע AD. ב. חשב את שטח המשולש ABC.



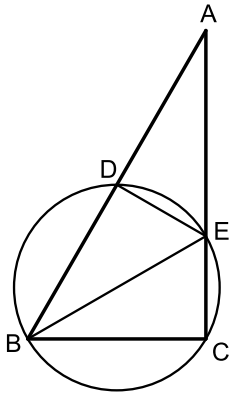
- 43** במקבילית ABCD אורך האלכסון AC הוא $\sqrt{79}$ ס"מ. היקף המקבילית הוא 20 ס"מ וידוע כי: $\angle B = 120^\circ$. א. מצא את אורכי צלעות המקבילית. ב. חשב את שטח המקבילית. ג. מסמנים נקודה E על האלכסון AC כך שהמרובע CBED הוא בר חסימה. חשב את רדיוס המעגל החוסם את המרובע CBED.



- 44** המרובע ABCD הוא מלבן החסום במעגל. מהקודקוד D מעבירים את המיתר DF החותך את הצלע AB בנקודה E. ידוע כי: $\widehat{AF} = \widehat{CF}$. הצלע AD של המלבן תסומן ב-a. א. הוכח כי המשולש DAE שווה שוקיים. ב. נתון גם כי: $BC = BF$. i. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל. ii. חשב את הזוויות המרכזיות של הקשתות: $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ (אין צורך לסרטט אותן).



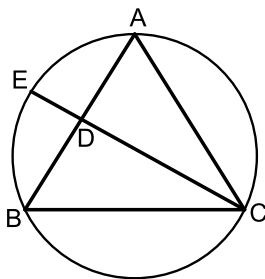
- 45** המרובע ABCD חסום במעגל כמתואר באיור. ידוע כי: $AB = b$, $BC = a$, $CD = a$, $AD = 3b$. א. הבע באמצעות a ו-b את $\cos \angle BCD$. ב. הוכח כי אם BD קוטר אז מתקיים: $a = b\sqrt{5}$. ג. נתון כי רדיוס המעגל הוא 3 ס"מ. הסתמך על סעיף ב' וחשב את שטח המרובע ABCD.



- (46)** המשולש ABC הוא ישר זווית $\angle C = 90^\circ$ ובו: $\angle B = 2\alpha$.
 מעבירים מעגל שרדיוסו R דרך הקודקודים B ו-C
 אשר חותך את צלעות המשולש בנקודות D ו-E.
 המיתר BE חוצה את זווית B.
 א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש ABE.
 ב. ידוע כי המשולש ABE הוא שווה שוקיים
 וכי אורך המיתר CE הוא 6 ס"מ.
 חשב את שטח המשולש ABE.

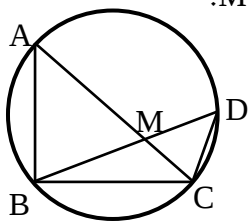
- (47)** במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) שאורך השוק בו הוא k וזווית הבסיס שלו היא β , BE חוצה את זווית B ו-CD הוא הגובה לשוק AB.

$$S_{ADE} = -\frac{k^2 \sin \frac{\beta}{2} \sin 4\beta}{4 \sin \frac{3\beta}{2}} : \text{הוכח כי שטח המשולש ADE הוא}$$



- (48)** נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) החסום במעגל.
 מהקודקוד C מעבירים את המיתר CE החותך את השוק AB בנקודה D.
 ידוע כי E היא אמצע הקשת $\widehat{AB}$ והיחס בין
 הקטעים BD ו-CD הוא 4:7.
 מסמנים: $\angle ACD = \alpha$.

- א. מצא את זוויות המשולש ABC
 (עגל למספרים שלמים).
 ב. חשב את אורך המיתר BE אם ידוע כי
 רדיוס המעגל החוסם שווה ל-8 ס"מ.



- (49)** AC ו-BD הם מיתרים במעגל שרדיוסו R, שנפגשים בנקודה M.
 זווית B היא זווית ישרה.
 נתון: $\angle MCB = \beta$, $\angle MBC = \alpha$.

- א. הבע באמצעות R, α ו- β את שטח המשולש BDC.

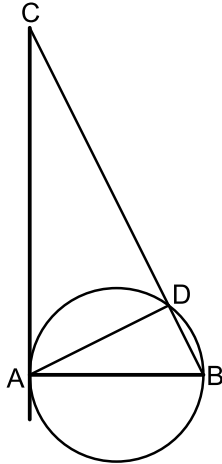
$$S_{BDC} = \frac{1}{2} R^2, \beta = 2\alpha : \text{נתון}$$

- ב. חשב את α .

(50) בטרפז שווה שוקיים, שאורך השוק שבו הוא b והזווית שליד הבסיס הגדול היא γ נתון שהאלכסונים מאונכים זה לזה.

א. הבע באמצעות γ ו- b את אורכי בסיסי הטרפז.

ב. חשב את γ אם ידוע שהבסיס הגדול ארוך פי $\sqrt{3}$ מהבסיס הקטן.



(51) המיתר AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ו-AD הוא מיתר.

ממשיכים את המיתר BD ומעבירים משיק מהנקודה A.

המשיק והמשך המיתר נפגשים בנקודה C.

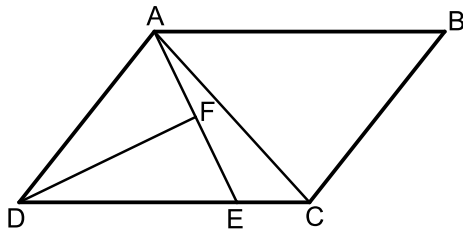
מסמנים: $\angle BAD = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- R את שטח המשולש ABD.

ב. הבע באמצעות α ו- R את שטח המשולש ACD.

ג. מצא את α אם ידוע כי שטח המשולש ABD

קטן פי 4 משטח המשולש ACD.



(52) המרובע ABCD הוא מקבילית.

הקטע AE מקצה על הצלע DC קטעים

המקיימים: $3CE = DE$.

מעבירים תיכון DF לצלע AE במשולש ADE.

ידוע כי: $\angle ADF = \angle CDF = \alpha$.

מסמנים: $CE = k$.

א. הבע באמצעות k ו- α את אורך הקטע AE.

ב. מעבירים את האלכסון AC.

הבע באמצעות k ו- α את היקף המשולש ACE.

ג. היקף המשולש ACE הוא $4.5k$. מצא את α .

תשובות סופיות:

$$(25) \quad S = 75.801 \text{ סמ"ר} \quad \text{ב.} \quad S = 8.641 \text{ סמ"ר}$$

$$(26) \quad S = 16 \text{ סמ"ר}$$

$$(27) \quad S_{ABCD} = \frac{m^2 \tan^2 \alpha \sin 45^\circ \cos \alpha}{2 \sin(\alpha + 45^\circ)}$$

$$(28) \quad \text{א.} \quad \sqrt{\frac{2S}{\sqrt{27}}} \approx 0.62S \quad \text{ב.} \quad \frac{2}{3}S$$

$$(29) \quad \text{א.} \quad \frac{k}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad \text{ב.} \quad 67.78^\circ, 67.78^\circ, 44.4^\circ \quad \text{ג.} \quad S = 37.18$$

$$(30) \quad \text{א.} \quad DE = \sqrt{1.6} = 1.26 \quad \text{ב.} \quad R = 2 \quad \text{ג.} \quad S = 21.48$$

$$(31) \quad \text{א.} \quad DC = \frac{m \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad \text{ב.} \quad AB = \frac{m \sin(\alpha + \beta)}{3 \sin \beta} \quad \text{ג.} \quad S_{ABCD} = 31.2$$

$$(32) \quad \text{א.} \quad 12.75 \text{ ס"מ} \quad \text{ב.} \quad 14.19 \text{ ס"מ} \quad \text{ג.} \quad 63.05 \text{ ס"מ}$$

$$(33) \quad \text{א.} \quad \frac{k \tan \alpha}{\tan 2\alpha} \quad \text{ב.} \quad \frac{k^2 \tan \alpha \sin 2\alpha}{2 \tan^2 2\alpha} \quad \text{ג.} \quad S = 7.754 \text{ ס"מ}$$

$$(34) \quad \text{א.} \quad \frac{k^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \quad \text{ב.} \quad \frac{2k^2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$(35) \quad \text{א.} \quad 109.1^\circ \quad \text{ב.} \quad S = 86.6$$

$$(36) \quad \text{א.} \quad 7 \text{ ס"מ} \quad \text{ב.} \quad 34.48 \text{ סמ"ר}$$

$$(37) \quad \text{א.} \quad R = \frac{k}{2 \sin^2 40} = 1.21k \quad \text{ב.} \quad S = \frac{k^2 \sin 10}{2 \sin 50 \sin^3 40} \quad \text{ג.} \quad k = 6$$

$$(38) \quad \text{א.} \quad 40.72^\circ \quad \text{ב.} \quad S = 12.52$$

$$(39) \quad \text{א.} \quad 128.32^\circ; 51.68^\circ \quad \text{ב.} \quad 1.27m \sin \alpha \quad \text{ג.} \quad \frac{0.35m^2 \sin^2 \alpha \sin(128.32 - \alpha)}{\sin(25.84 + \alpha)}$$

$$(40) \quad \text{א.} \quad BD = \frac{k \sin 20}{\sin 100} \quad \text{ב.} \quad k = 7$$

$$(41) \quad \text{א.} \quad 5 \text{ ס"מ} \quad \text{ב.} \quad S = 172.77$$

$$(42) \quad \text{א.} \quad AB = 3 \text{ ס"מ} \quad BC = 7 \text{ ס"מ} \quad \text{ב.} \quad S = 18.18 \text{ סמ"ר} \quad \text{ג.} \quad R = \sqrt{\frac{37}{3}}$$

$$R = a\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 1.3a \quad \text{ב.י. (43)}$$

$$\text{ב.ii. } 45^\circ, 135^\circ$$

$$\cos \angle BCD = \frac{a^2 - 5b^2}{a^2 + 3b^2} \quad \text{א. (44)}$$

$$\text{ג. } 14.4 \text{ סמ"ר} = S$$

$$S = R^2 \tan 2\alpha \quad \text{א. (45)}$$

$$\text{ב. } 36\sqrt{3} \text{ סמ"ר} = S$$

$$58^\circ, 58^\circ, 64^\circ \quad \text{א. (48)}$$

$$\text{ב. } BE = 7.75$$

$$S = 2R^2 \sin \alpha \cos \beta \sin(90^\circ - \alpha + \beta) \quad \text{א. (49)}$$

$$\text{ב. } \alpha = 22.5^\circ$$

$$\frac{b \sin(135^\circ - \gamma)}{\sin 45^\circ}, \frac{b \sin(\gamma - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} \quad \text{א. (50)}$$

$$\text{ב. } \gamma = 75^\circ$$

$$S = R^2 \sin 2\alpha \quad \text{א. (51)}$$

$$\text{ב. } S = \frac{2R^2 \cos^3 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\text{ג. } \alpha = 26.56^\circ$$

$$AE = 6k \sin \alpha \quad \text{א. (52)}$$

$$\text{ב. } P_{ACE} = k + 6k \sin \alpha + k\sqrt{25 - 24 \cos 2\alpha}$$

$$\text{ג. } \alpha = 14.47^\circ$$