# חדוא 2

## פרק 18 - טורי טיילור - מקלורן

### תוכן העניינים

1. טור טיילור וטור מקלורן ..... 1
2. נוסחאות - טורי מקלורן של פונקציות חשובות ..... 3

# טור טיילור וטור מקלורן

## שאלות

בשאלות **1-24** מצאו את הפיתוח לטור טיילור סביב $x=0$ (טור מקלורן):

**1)** $f(x)=\sin 2x$ **2)** $f(x)=x^2e^{-4x}$ **3)** $f(x)=\sinh x$

**4)** $f(x)=\sin^2 x$ **5)** $f(x)=\cos^2 x$ **6)** $f(x)=2^x$

**7)** $f(x)=x\cos(4x^2)$ **8)** $f(x)=\ln(2-3x+x^2)$ **9)** $f(x)=\arcsin x$

**10)** $f(x)=\frac{1}{1+x}$ **11)** $f(x)=\frac{3}{1-x^4}$ **12)** $f(x)=\frac{1}{1+9x^2}$

**13)** $f(x)=\frac{1}{x-5}$ **14)** $f(x)=\frac{x}{4x+1}$ **15)** $f(x)=\frac{x}{9+x^2}$

**16)** $f(x)=\frac{3}{x^2+x-2}$ **17)** $f(x)=\frac{7x-1}{3x^2+2x-1}$ **18)** $f(x)=\frac{1}{(1+x)^2}$

**19)** $f(x)=\ln(1+x)$ **20)** $f(x)=\ln(1-x)$ **21)** $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$

**22)** $f(x)=\ln(5-x)$ **23)** $f(x)=\frac{x^2}{(1-2x)^2}$ **24)** $f(x)=\arctan\left(\frac{x}{3}\right)$

הערות: לפתרון שאלות **15** ו-**16**, יש להכיר את הנושא פירוק לשברים חלקיים.
לפתרון סעיפים **18**, **19**, **23** ו-**24** יש להכיר את הנושא גזירה ואינטגרציה של טורי מקלורן.
אפשר להיעזר בפיתוחים הידועים לטור מקלורן המופיעים בנספח.

בשאלות **25-27** מצאו את ארבעת האיברים הראשונים, השונים מאפס,
בפיתוח לטור מקלורן של הפונקציות (נדרש ידע בכפל וחילוק של פולינומים):

**25)** $f(x)=e^{-x^2}\cos x$ **26)** $f(x)=\tan x$ **27)** $f(x)=\frac{\sin x}{e^x}$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2^{2n+1}x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**2** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4^n x^{n+2}}{n!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**3** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**4** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**5** $\frac{1}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**6** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\ln 2)^n x^n}{n!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**7** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4^{2n}x^{4n+1}}{(2n)!}$ $(-\infty<x<\infty)$

**8** $\ln 2-\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)\frac{x^{n+1}}{n+1}$ $(-1\le x<1)$

**9** $x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot 2n}\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ $(-1<x<1)$

**10** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n$ $(|x|<1)$

**11** $\sum_{n=0}^{\infty}3x^{4n}$ $(|x|<1)$

**12** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n 9^n x^{2n}$ $(|x|<\frac{1}{3})$

**13** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{5^{n+1}}x^n$ $(|x|<5)$

**14** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n 4^n x^{n+1}$ $(|x|<\frac{1}{4})$

**15** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{9^{n+1}}$ $(|x|<3)$

**16** $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}}-1\right)x^n$ $(|x|<1)$

**17** $\sum_{n=0}^{\infty}\left(2(-1)^n-3^n\right)x^n$ $(|x|<\frac{1}{3})$

**18** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot n\cdot x^{n-1}$ $(|x|<1)$

**19** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$ $(-1<x\le 1)$

**20** $\sum_{n=0}^{\infty}-\frac{x^{n+1}}{n+1}$ $(-1\le x<1)$

**21** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2x^{2n+1}}{2n+1}$ $(|x|<1)$

**22** $\ln 5-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{5^{n+1}(n+1)}$ $(-5\le x<5)$

**23** $\sum_{n=0}^{\infty}2^n(n+1)x^{n+2}$ $(|x|<\frac{1}{2})$

**24** $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{3^{2n+1}(2n+1)}$ $(|x|\le 3)$

**25** $1-\frac{3}{2}x^2+\frac{25}{24}x^4-\frac{331}{720}x^6+..$

**26** $x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+\ldots$

**27** $x-x^2+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{30}x^5+..$

# נוסחאות – טורי מקלורן של פונקציות חשובות

| טור מקלורן | תחום התכנסות |
|---|---|
| $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}=1+\frac{x^1}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots$ | $-\infty<x<\infty$ |
| $\sin x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots$ | $-\infty<x<\infty$ |
| $\cos x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$ | $-\infty<x<\infty$ |
| $\ln(1+x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$ | $-1<x\le 1$ |
| $\arctan x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots$ | $-1\le x\le 1$ |
| $\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n=1+x^1+x^2+x^3+\ldots$ | $-1<x<1$ |
| $(1+x)^m=1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-n+1)}{n!}x^n$<br>$=1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots$ | $-1\le x\le 1\ (m>0)$<br>$-1<x\le 1\ (-1<m<0)$<br>$-1<x<1\ (m\le -1)$<br>$m\ne 0,1,2,3,\ldots$ |


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©