

אינפי ב

פרק 2 - טורים עם איברים קבועים

תוכן העניינים

1. טורים מתכנסים וטורים מתבדרים.....1
2. מבחני התכנסות לטורים.....3

טורים מתכנסים וטורים מתבדרים

שאלות

טור גיאומטרי

בדקו את התכנסות הטורים בשאלות 1-6. במידה והטור מתכנס, מצאו את סכומו.

$$\begin{array}{lll} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{4^{n+2}} & (3) & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{7^{n+1}} & (2) & \sum_{n=1}^{\infty} (0.44)^n & (1) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{3^{2n}} & (6) & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + (-5)^n}{7^n} & (5) & \sum_{n=0}^{\infty} (-4) \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} & (4) \end{array}$$

טור טלסקופי

בדקו את התכנסות הטורים בשאלות 7-11. במידה והטור מתכנס, מצאו את סכומו.

$$\begin{array}{ll} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+3)(4n-1)} & (8) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)} & (7) \\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{(\ln n)(\ln(n+1))} & (10) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) & (9) \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)} & (11) \end{array}$$

טור הרמוני מוכלל

(12) בדקו את התכנסות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

$$\begin{array}{lll} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5n} & \text{ג.} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} & \text{ב.} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} & \text{א.} \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^e} & \text{ו.} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{\sqrt[3]{n^4}} & \text{ה.} & \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2/3} & \text{ד.} \end{array}$$

תכונות אלגבריות של טורים

(13) בדקו את התכנסות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

א. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4^n}{7^{n+1}} + n^{-1.5} \right)$ ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{n^2}$ ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10+\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$

(14) חשבו את סכום הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)^2}$, אם ידוע כי $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

תשובות סופיות

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------------|------------------------|
| (1) מתכנס ל- $\frac{11}{14}$ | (2) מתכנס ל- $\frac{1}{3}$ | (3) מתבדר. |
| (4) מתכנס ל- $-\frac{64}{7}$ | (5) מתכנס ל- $\frac{11}{12}$ | (6) מתכנס ל-8. |
| (7) מתכנס ל- $\frac{1}{2}$ | (8) מתכנס ל- $\frac{1}{12}$ | (9) מתבדר. |
| (10) $S = \frac{1}{\ln 2}$ | (11) $\frac{1}{12}$ | |
| (12) א. מתכנס.
ד. מתבדר. | ב. מתבדר.
ה. מתכנס. | ג. מתבדר.
ו. מתכנס. |
| (13) א. מתכנס. | ב. מתבדר. | ג. מתבדר. |
| (14) $\frac{\pi^2}{6} - \frac{5}{4}$ | | |

מבחני התכנסות לטורים

שאלות

מבחן ההתבדרות

(1) בדקו את התכנסות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

$$\text{א. } \sum_{n=1}^{\infty} \ln n \quad \text{ב. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \quad \text{ג. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 2} \quad \text{ד. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{n} \right)^n$$

מבחן האינטגרל

בדקו את התכנסות הטורים בשאלות 2-5 (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1} \\ (3) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+5}} \\ (4) \quad & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p} \quad (p > 1) \\ (5) \quad & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p} \quad (p \leq 1) \end{aligned}$$

(6) ענו על הסעיפים הבאים:

א. בדקו את התכנסות הטור $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$.

ב. מצאו את הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 e^{-n^3}$.

מבחן השוואה ומבחן השוואה הגבולי

בדקו את התכנסות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

$$\begin{aligned} (7) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 10n + 1} \\ (8) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)(n+4)} \\ (9) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+5}{\sqrt{n^4 + n + 1}} \\ (10) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 2}{3^n + 2n} \\ (11) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) \\ (12) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \ln n}{n^2 + 1} \end{aligned}$$

מבחן המנה ומבחן השורש

בדקו את התכנסות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!(2n)^n} \quad (15) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n+2)} \quad (14) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} \quad (13)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{1000} e^{-n} \quad (18) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!} \quad (17) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{n! \cdot 3^n} \quad (16)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} \quad (21) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (1+n^2)}{n!} \quad (20) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \quad (19)$$

תשובות סופיות

- | | | | |
|-----------------|---------------|-------------|-------------|
| (1) א-ו: מתבדר. | (2) מתבדר. | (3) מתבדר. | (4) מתכנס. |
| (5) מתבדר. | (6) א. מתכנס. | (7) מתכנס. | (8) מתבדר. |
| (9) מתכנס. | (10) מתכנס. | (11) מתבדר. | (12) מתכנס. |
| (13) מתבדר. | (14) מתכנס. | (15) מתכנס. | (16) מתכנס. |
| (17) מתכנס. | (18) מתכנס. | (19) מתכנס. | (20) מתכנס. |
| (21) מתכנס. | (22) מתכנס. | (23) מתכנס. | (24) מתכנס. |