

מתמטיקה להנדסאי חשמל ואלקטרוניקה

פרק 19 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציות מעריכיות

תוכן העניינים

1. הנגזרת של פונקציה מעריכית..... 1
2. חקירה של פונקציה מעריכית..... 5
3. שימושי הנגזרת..... 16

הנגזרת של פונקציה מעריכית:

סיכום כללי:

הגדרות כלליות:

להלן תיאורים גרפיים של פונקציה מעריכית כללית מהצורה: $f(x) = a^x$
 עבור: $a > 1$ ו- $0 < a < 1$:



תכונות כלליות:

1. הפונקציות מוגדרות לכל x .
2. הפונקציות תמיד חיוביות.
3. הפונקציות תמיד חותכות את ציר ה- y בנקודה: $(0, 1)$.
4. עבור: $a > 1$ הפונקציה עולה בכל ת.ה. ועבור: $0 < a < 1$ הפונקציה יורדת בכל ת.ה.

עבור הפונקציות $f(x) = e^x$ ו- $f(x) = e^{-x}$ נקבל:



תכונות נוספות:

1. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = e^x$ בנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא 1.
2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = e^{-x}$ בנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא -1.

נגזרות של פונקציות מעריכיות:

הפונקציה	הנגזרת
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$
$y = a^{f(x)}$	$y' = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$

תזכורת - כללי הגזירה:

מספר כלל	הפונקציה	תיאור	הנגזרת
1.	$y = a \cdot f(x)$	מכפלה בקבוע	$y' = a \cdot f'(x)$
2.	$y = f(x) + g(x)$	סכום פונקציות	$y' = f'(x) + g'(x)$
3.	$y = f(x) \cdot g(x)$	מכפלת פונקציות	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
4.	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	מנת פונקציות	$y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
5.	$y = f(g(x))$	פונקציה מורכבת	$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

שאלות:

(1) גזור את הפונקציות הבאות (סכום פונקציות):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = 3e^x + e^{2x} + e^{-x} + 2x + 1 & \text{ב. } f(x) = e^{x^2-3x} + ex \\ \text{ג. } f(x) = 2^{3x} & \text{ד. } f(x) = 3^{x^2} + 4^{-x} \end{array}$$

(2) גזור את הפונקציות הבאות (מכפלת פונקציות):

$$\text{א. } f(x) = x \cdot e^x \quad \text{ב. } f(x) = x^2 \cdot e^{4x} \quad \text{ג. } f(x) = (x+1) \cdot 2^x$$

(3) גזור את הפונקציות הבאות (מנת פונקציות):

$$\text{א. } f(x) = \frac{x^2}{e^x} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

(4) גזור את הפונקציות הבאות (פונקציה מורכבת):

$$\text{א. } f(x) = 5(e^{2x} - 1)^3 \quad \text{ב. } f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^x + 1}}$$

(5) גזור את הפונקציות הבאות (שאלות שונות):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = e^{2x} & \text{ב. } f(x) = e^x + 1 \\ \text{ג. } f(x) = e^{\frac{1}{x}} & \text{ד. } f(x) = (x^2 + 1)e^x \\ \text{ה. } f(x) = e^{-x}(x^2 + 4x + 1) & \text{ו. } f(x) = e^{3x-2} \\ \text{ז. } f(x) = e^x \cdot \frac{1}{x} & \text{ח. } f(x) = x^3 e^{2x} \\ \text{ט. } f(x) = e^{-2x}(x+4) & \text{י. } f(x) = e^{2x+1}(1-x) \\ \text{יא. } f(x) = \frac{1}{\frac{1}{e^x}} & \text{יב. } f(x) = \frac{x^3}{e^{3x}} \\ \text{יג. } f(x) = \frac{2+x^2}{e^{x^2}} & \text{יד. } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x} \\ \text{טו. } f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^{-x}} & \text{טז. } f(x) = \frac{e^x}{1 - e^{x+1}} \end{array}$$

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 3e^x + 2e^{2x} - e^{-x} + 2 \quad \text{ב. } (2x-3)e^{x^2-3x} + e \quad \text{ג. } 3\ln 2 \cdot 2^{3x} \quad \text{ד. } 2x \ln 3 \cdot 3^{x^2} - \ln 4 \cdot 4^{-x}$$

$$(2) \quad \text{א. } (1+x)e^x \quad \text{ב. } 2xe^{4x}(1+2x) \quad \text{ג. } 2^x(1+x\ln 2 + \ln 2)$$

$$(3) \quad \text{א. } \frac{x(2-x)}{e^x} \quad \text{ב. } \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$(4) \quad \text{א. } 30e^{2x}(e^{2x}-1)^2 \quad \text{ב. } \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}}} \quad \text{ג. } \frac{5e^{4x}+6e^{3x}}{2\sqrt{(e^x+1)^3}}$$

$$(5) \quad \text{א. } 2e^{2x} \quad \text{ב. } e^x \quad \text{ג. } -\frac{e^{1/x}}{x^2} \quad \text{ד. } (x+1)^2 e^x$$

$$\text{ה. } e^{-x}(-x^2-2x+3) \quad \text{ו. } 3e^{3x-2}$$

$$\text{ז. } \frac{e^x(x-1)}{x^2} \quad \text{ח. } x^2 e^{2x}(3+2x) \quad \text{ט. } -e^{-2x}(2x+7)$$

$$\text{י. } e^{2x+1}(1-2x)$$

$$\text{יא. } \frac{e^{-1/x}}{x^2} \quad \text{יב. } \frac{3x^2(1-x)}{e^{3x}} \quad \text{יג. } \frac{-2x(x^2+1)}{e^{x^2}}$$

$$\text{יד. } \frac{4}{(e^x+e^{-x})^2} \quad \text{טו. } \frac{(x+1)^2}{e^{-x}} \quad \text{טז. } \frac{e^x}{(1-e^{x+1})^2}$$

חקירה של פונקציה מעריכית:

שאלות:

(11) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } f(x) = \frac{2x-1}{e^x} & \text{ב. } f(x) = \frac{3}{e^x-1} & \text{ג. } f(x) = \frac{x+1}{e^x-5} \\
 \text{ד. } f(x) = \frac{1}{e^{2x}-3e^x+2} & \text{ה. } f(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^x} & \text{ו. } f(x) = \frac{\sqrt{e^x-1}}{5x-2} \\
 \text{ז. } f(x) = \sqrt{e^{2x}-4e^x+3}
 \end{array}$$

(12) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 e^x$.

(13) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$.

(14) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2+bx+9}{e^x}$.

הפונקציה משיקה לציר ה- x בנקודה שבה $x=1.5$.
מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת נקודות הקיצון של הפונקציה.

(15) נתונה הפונקציה: $f(x) = 8^x + p \cdot 2^x + q$. לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(\log_2 3, -19)$. מצא את ערכי הפרמטרים p ו- q .

(16) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + e^x$.

(17) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}}$.

(18) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x + 5}{e^x - 1}$.

(19) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 5}$.

(20) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

(21) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^{2x} - 5e^x + 6}$.

(22) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

(23) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^3 - 1}{e^x}$.

(24) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x-1}{e^{3x} - e}$.

(25) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = (x-3)e^x$.

(26) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה: $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$.

(27) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + a}{be^x}$. לפונקציה יש נקודת פיתול בנקודה $(1, \frac{2}{e})$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b ואת נקודת הפיתול השנייה של הפונקציה.

(28) חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים הבאים :

1. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
2. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
3. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה וקביעת סוגן.
4. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

$$f(x) = (x^2 + 1)e^x \quad \text{ב.} \qquad f(x) = (x-1)e^x \quad \text{א.}$$

$$f(x) = e^{x^2-x} \quad \text{ד.} \qquad f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^{x+1}} \quad \text{ו.} \qquad f(x) = \frac{2}{e^{x^2} + 1} \quad \text{ה.}$$

(29) נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)e^x$. חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(30) נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x + 10$. חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(31) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{e^{0.5x^2}}$. חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(32) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$. חקור על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(33) נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \cdot 3^x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(34) נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\frac{x}{x^2+1}}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- לאילו ערכי m יש למשוואה $f(x) = m$ בדיוק פתרון אחד?

(35) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- מציאת נקודות פיתול של הפונקציה.
- כתיבת תחומי הקעירות כלפי מעלה ומטה.

ח. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$(36) \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{e^{3x}}{12x^2 + 1}.$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$(37) \text{ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: } f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+k}} \text{ בנקודה שבה } x=1 \text{ הוא } -\frac{12}{e^{10}}.$$

- א. מצא את ערך הפרמטר k וכתוב את הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ג. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. הוכח על סמך הסקיצה את אי-השוויון הבא: $0 < \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}} \leq e^2$.

$$(38) \text{ נתונה הפונקציה הבאה: } f(x) = e^{2x} + ae^x + b. \text{ גוזרים את הפונקציה פעמיים}$$

$$\text{וידוע כי כאשר } x = \ln \frac{2}{3} \text{ הנגזרות מקיימות: } f'(x) + f''(x) = 8.$$

- א. מצא את a .
- משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 16x + 7 - 16 \ln 2$.
- ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
- ג. מצא את b .
- ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

$$(39) \text{ נתונות הפונקציות הבאות: } f(x) = 6x - e^x \text{ ו- } g(x) = ae^x - e^{2x} + b.$$

ידוע כי לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה אותו שיעור x וכי שתיהן נפגשות על ציר ה- y .

- א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
- ב. הראה כי לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה משותפים.

(40) לגרף הפונקציה: $f(x) = ax^2 \cdot e^{-bx^2}$ יש נקודת קיצון: $\left(2, \frac{4}{e}\right)$, $a, b \neq 0$.

- מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מעבירים ישר: $y = k$. באיזה תחום ערכים צריך להימצא k כדי שהישר יחתוך את גרף הפונקציה ב-4 נקודות שונות?

(41) לפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{e^{ax-1}}$ יש קיצון בנקודה שבה: $x = 1$.

- מצא את ערך הפרמטר a .
- האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(42) הישר $x = \sqrt{6}$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + m}$.

- מצא את ערך הפרמטר m וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(43) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

- מצא את הנקודות המקיימות: $f'(x) = 0$ וקבע כמה מהן הן נקודות קיצון.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- בכמה נקודות חותך הישר $y = -0.01$ את גרף הפונקציה?

(44) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$. גוזרים את הפונקציה פעמיים

וידוע כי כאשר $x = \ln \frac{2}{3}$ הנגזרות מקיימות: $f'(x) + f''(x) = 12$.

א. מצא את a .

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 22x + 28 - 22 \ln 2$.

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b .

ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ? אם כן מצא את הנקודות.

(45) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot a^x$, $(a > 0)$.

לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: $x = -\frac{1}{\ln 2}$.

א. מצא את a .

ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

הנקודה שבה $x = 2$ היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם גרף הפונקציה: $g(x) = x^2 \cdot 2^x - kx \cdot 2^x$.

ג. מצא את k .

ד. מצא נקודה נוספת שבה הגרפים נחתכים.

(46) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3^{2x} + 2 \cdot 3^{1-x}$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה

עם ציר ה- y .

ב. הוכח כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x .

ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

תשובות סופיות:

$$(11) \quad \text{א. כל } x \quad \text{ב. } x \neq 0 \quad \text{ג. } x \neq \ln 5 \quad \text{ד. } x \neq \ln 2, x \neq 0 \quad \text{ה. כל } x$$

$$\text{ו. } 0 \leq x \neq \frac{2}{5} \quad \text{ז. } x \leq 0, x \geq \ln 3$$

$$(12) \quad \min(0,0), \max\left(-2, \frac{4}{e^2}\right)$$

$$(13) \quad \min(3, e^3)$$

$$(14) \quad \min(1.5, 0), \max(3.5, 0.483), b = -12, a = 4$$

$$(15) \quad p = -27, q = 35$$

$$(16) \quad y = 0$$

$$(17) \quad y = 0$$

$$(18) \quad x = 0, y = -5, y = 1$$

$$(19) \quad x = \ln 5, y = -\frac{1}{5}$$

$$(20) \quad y = -1, y = 1$$

$$(21) \quad (\ln 2, -1) \text{ נקודת אי הגדרה: } x = \ln 3, y = -\frac{1}{3}, y = 0$$

$$(22) \quad x = 0, y = 0$$

$$(23) \quad y = 0$$

$$(24) \quad x = \frac{1}{3}, y = 0$$

$$(25) \quad y = 0$$

$$(26) \quad (0,0) \text{ נקודת אי הגדרה: } x = 0$$

$$(27) \quad \left(3, \frac{10}{e^3}\right), a = 1, b = 1$$

$$(28) \quad \text{א. כל } x \quad \text{ב. } (0, -1), (1, 0) \quad \text{ג. } \min(0, -1) \quad \text{ד. עולה: } x > 0 \text{ יורדת: } x < 0$$

$$\text{ב. כל } x \quad \text{ג. } (0, 1) \quad \text{ד. עולה: } x < -1, x > -1 \quad \text{ה. פיתול } \left(-1, \frac{2}{e}\right)$$

$$\text{ג. כל } x \quad \text{ד. } (0, 0) \quad \text{ה. } \max\left(2, \frac{4}{e}\right), \min(0, 0), \max\left(-2, \frac{4}{e}\right)$$

$$\text{ד. עולה: } x < -2, 0 < x < 2 \text{ יורדת: } x > 2, -2 < x < 0$$

$$\text{ד. כל } x \quad \text{ה. } (0, 1) \quad \text{ו. } \min(0.5, e^{-0.25}) \quad \text{ז. עולה: } x > 0.5 \text{ יורדת: } x < 0.5$$

- ה.1. כל x 2. $(0,1)$ 3. $\max(0,1)$ 4. עולה: $x < 0$ יורדת: $x > 0$
- ו.1. כל x 2. $(0, 2e^{-1})$ 3. $\min(0, 2e^{-1})$ 4. עולה: $x > 0$ יורדת: $x < 0$
- (29) א. כל x ב. $\min(2, -e^2)$ ג. תחומי עלייה: $x > 2$ תחומי ירידה: $x < 2$
- ד. $(3,0)$, $(0,-3)$
- (30) א. כל x ב. $\max(0,3)$, $\min(\ln 3, 1.59)$ ג. תחומי עלייה: $x > \ln 3$ או $x < 0$ תחומי ירידה: $0 < x < \ln 3$ ד. $(0,3)$
- (31) א. כל x ב. $\min\left(-1, -\frac{4}{e^{0.5}}\right)$, $\max\left(1, \frac{4}{e^{0.5}}\right)$ ג. תחומי עלייה: $-1 < x < 1$ תחומי ירידה: $x > 1$ או $x < -1$ ד. $(0,0)$
- (32) א. כל x ב. $\max\left(3, \frac{27}{e^3}\right)$ ג. עולה: $x < 3$, יורדת: $x > 3$ ד. $(0,0)$
- (33) א. כל x ב. $\min(-0.91, -0.67)$ ג. עולה: $x > -0.91$ יורדת: $x < -0.91$ ד. $(0,0)$
- (34) א. כל x ב. $\max(1, 2\sqrt{e})$, $\min\left(-1, \frac{2}{\sqrt{e}}\right)$ ג. עולה: $-1 < x < 1$ יורדת: $x > 1$ או $x < -1$
- ז. $m = 2$, $m = 2\sqrt{e}$, $m = \frac{2}{\sqrt{e}}$ ח. $y = 2$ ד. $(0,2)$ $x < -1$, $x > 1$
- (35) א. $x \neq 0$ ב. $\min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^2}{4}\right)$ ג. עולה: $x > \frac{1}{2}$, יורדת: $x < \frac{1}{2}$ ד. אין
- (36) א. כל x ב. $\max\left(\frac{1}{6}, \frac{3\sqrt{e}}{4}\right)$, $\min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^{1.5}}{4}\right)$ ג. עולה: $x > \frac{1}{2}$, $x < \frac{1}{6}$ יורדת: $x > \frac{1}{6}$ או $x < \frac{1}{2}$
- ד. $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$ ד. $(0,1)$
- (37) א. $k=1$, $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}$ ב. $(-1, e^2)$ ג. $b = -5$ ד. ניתן לראות עפ"י הגרף כי ערך הפונקציה $f(x)$ נמצא בתחום $0 < f(x) \leq e^2$
- (38) א. $a=4$ ב. $x = \ln 2$ ג. $b = -5$ ד. $(0,0)$
- (39) א. $a=12$, $b=-12$ ב. עולות: $x < \ln 6$ יורדות: $x > \ln 6$

(40) א. $f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2}$, $a=1$, $b=0.25$ ב. $\max\left(-2, \frac{4}{e}\right)$, $\min(0,0)$ ג.

ג. $(0,0)$ ה. $0 < k < \frac{4}{e}$

(41) א. $a = \frac{1}{3}$ ב. כן: $\left(11, \frac{48}{e^{\frac{2}{3}}}\right)$ ג. עולה: $1 < x < 11$ יורדת: $x < 1, x > 11$

ד. $(-1,0)$, $(7,0)$, $(0,-7e)$

(42) א. $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$, $m = -6$ ב. $\max\left(-2, -\frac{1}{2e^4}\right)$, $\min\left(3, \frac{e^6}{3}\right)$ ג. $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

(43) א. $x = 0, -1.5$. נקודת הקיצון היא: $\min\left(-1.5, -3\frac{3}{8}e^{-3}\right)$ ב. $y = 0$

ד. 2 נקודות.

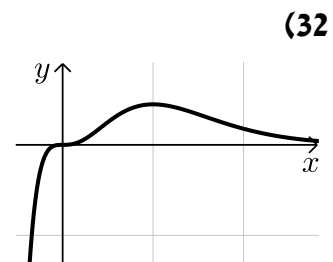
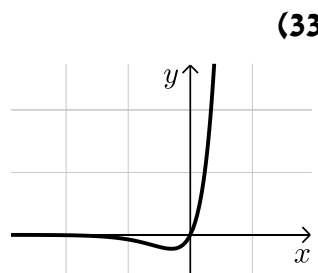
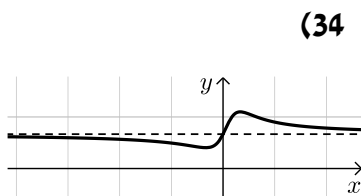
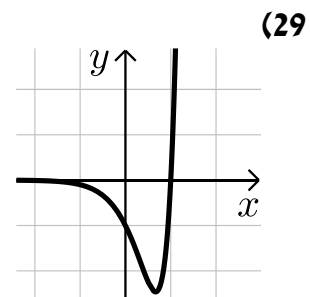
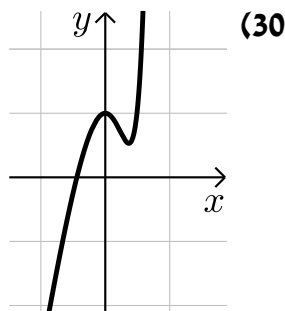
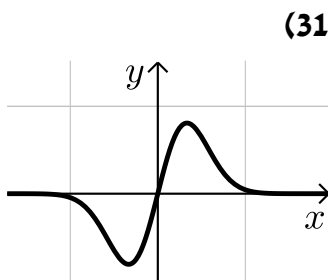
(44) א. $a = 7$ ב. $x = \ln 2$ ג. $b = 10$ ד. לא.

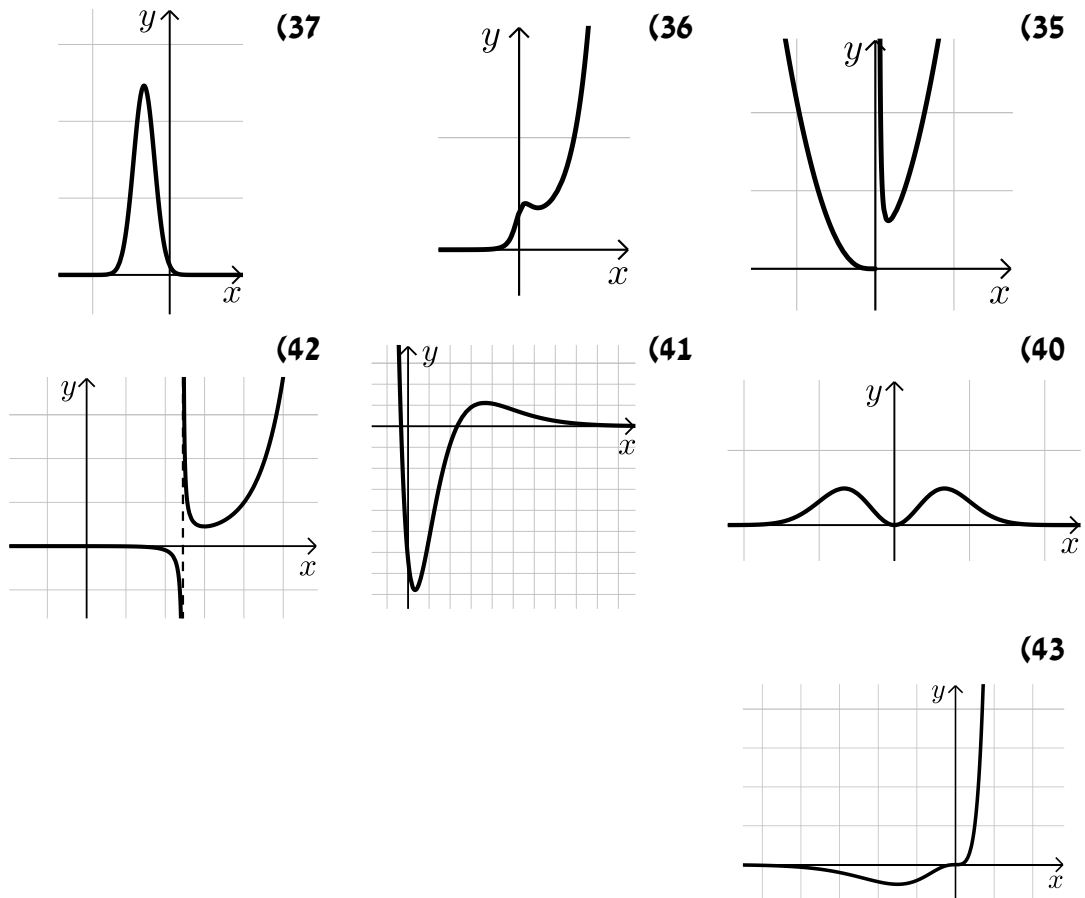
(45) א. $a = 2$ ב. עולה: $x > -\frac{1}{\ln 2}$ יורדת: $x < -\frac{1}{\ln 2}$ ג. $k = 1$

ד. $(0,0)$

(46) א. $y = -x \ln 81 + 7$ ג. $\min\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{243}\right)$

סקיצות לשאלות החקירה:





שימושי הנגזרת:

שאלות:

- (6) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^x$ בנקודה $A(1, e)$.
- (7) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^{2x} + xe^{-x}$ בנקודה שבה $x = 0$.
- (8) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = (e+1)e^x - e^{2x}$ בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר $y = e$.
- (9) נתונה הפונקציה: $y = e^{2x} + 3ex$.
לפונקציה העבירו משיק דרך הנקודה שבה: $x = 2$.
מצא את משוואת המשיק.
- (10) שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = a \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-b}$ בנקודה $(1, 15)$ הוא $21 \ln 3$.
מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

תשובות סופיות:

- (6) $y = ex$
- (7) $y = 3x + 1$
- (8) $y = (-e^2 + e)x + e^2$, $y = (e-1)x + e$
- (9) $y = 2e^4x + 3ex - 3e^4$
- (10) $b = -1$, $a = 2$