

# קורס הכנה במתמטיקה ברמת 5 יח"ל

פרק 16 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציות מעריכיות

תוכן העניינים

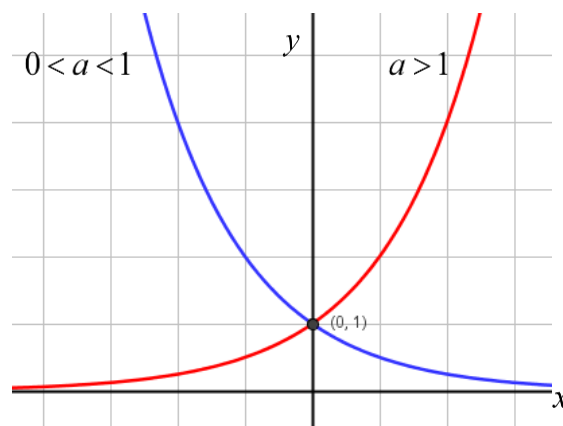
1. הנגזרת של פונקציה מעריכית.....1
2. שימושי הנגזרת.....5
3. חקירה של פונקציה מעריכית.....6

## הנגזרת של פונקציה מעריכית:

**סיכום כללי:**

**הגדרות כלליות:**

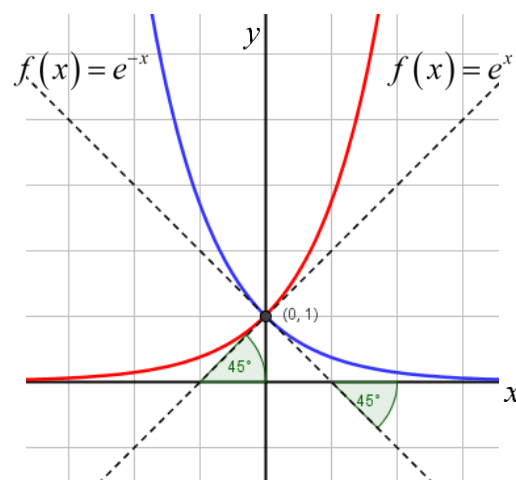
להלן תיאורים גרפיים של פונקציה מעריכית כללית מהצורה:  $f(x) = a^x$   
 עבור:  $a > 1$  ו-  $0 < a < 1$ :



**תכונות כלליות:**

1. הפונקציות מוגדרות לכל  $x$ .
2. הפונקציות תמיד חיוביות.
3. הפונקציות תמיד חותכות את ציר ה- $y$  בנקודה:  $(0, 1)$ .
4. עבור:  $a > 1$  הפונקציה עולה בכל ת.ה. ועבור:  $0 < a < 1$  הפונקציה יורדת בכל ת.ה.

עבור הפונקציות  $f(x) = e^x$  ו-  $f(x) = e^{-x}$  נקבל:



## תכונות נוספות:

1. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = e^x$  בנקודת החיתוך עם ציר ה- $y$  הוא 1.
2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = e^{-x}$  בנקודת החיתוך עם ציר ה- $y$  הוא -1.

## נגזרות של פונקציות מעריכיות:

| הפונקציה       | הנגזרת                                  |
|----------------|-----------------------------------------|
| $y = a^x$      | $y' = a^x \cdot \ln a$                  |
| $y = a^{f(x)}$ | $y' = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$ |
| $y = e^x$      | $y' = e^x$                              |
| $y = e^{f(x)}$ | $y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$             |

## תזכורת - כללי הגזירה:

| מספר כלל | הפונקציה                | תיאור          | הנגזרת                                                      |
|----------|-------------------------|----------------|-------------------------------------------------------------|
| 1.       | $y = a \cdot f(x)$      | מכפלה בקבוע    | $y' = a \cdot f'(x)$                                        |
| 2.       | $y = f(x) + g(x)$       | סכום פונקציות  | $y' = f'(x) + g'(x)$                                        |
| 3.       | $y = f(x) \cdot g(x)$   | מכפלת פונקציות | $y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$                  |
| 4.       | $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ | מנת פונקציות   | $y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$ |
| 5.       | $y = f(g(x))$           | פונקציה מורכבת | $y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$                                 |

## שאלות:

(1) גזור את הפונקציות הבאות (סכום פונקציות):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = 3e^x + e^{2x} + e^{-x} + 2x + 1 & \text{ב. } f(x) = e^{x^2-3x} + ex \\ \text{ג. } f(x) = 2^{3x} & \text{ד. } f(x) = 3^{x^2} + 4^{-x} \end{array}$$

(2) גזור את הפונקציות הבאות (מכפלת פונקציות):

$$\text{א. } f(x) = x \cdot e^x \quad \text{ב. } f(x) = x^2 \cdot e^{4x} \quad \text{ג. } f(x) = (x+1) \cdot 2^x$$

(3) גזור את הפונקציות הבאות (מנת פונקציות):

$$\text{א. } f(x) = \frac{x^2}{e^x} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

(4) גזור את הפונקציות הבאות (פונקציה מורכבת):

$$\text{א. } f(x) = 5(e^{2x} - 1)^3 \quad \text{ב. } f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^x + 1}}$$

(5) גזור את הפונקציות הבאות (שאלות שונות):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = e^{2x} & \text{ב. } f(x) = e^x + 1 \\ \text{ג. } f(x) = e^{\frac{1}{x}} & \text{ד. } f(x) = (x^2 + 1)e^x \\ \text{ה. } f(x) = e^{-x}(x^2 + 4x + 1) & \text{ו. } f(x) = e^{3x-2} \\ \text{ז. } f(x) = e^x \cdot \frac{1}{x} & \text{ח. } f(x) = x^3 e^{2x} \\ \text{ט. } f(x) = e^{-2x}(x+4) & \text{י. } f(x) = e^{2x+1}(1-x) \\ \text{יא. } f(x) = \frac{1}{\frac{1}{e^x}} & \text{יב. } f(x) = \frac{x^3}{e^{3x}} \\ \text{יג. } f(x) = \frac{2+x^2}{e^{x^2}} & \text{יד. } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x} \\ \text{טו. } f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^{-x}} & \text{טז. } f(x) = \frac{e^x}{1 - e^{x+1}} \end{array}$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 3e^x + 2e^{2x} - e^{-x} + 2 \quad \text{ב. } (2x-3)e^{x^2-3x} + e \quad \text{ג. } 3\ln 2 \cdot 2^{3x} \quad \text{ד. } 2x \ln 3 \cdot 3^{x^2} - \ln 4 \cdot 4^{-x}$$

$$(2) \quad \text{א. } (1+x)e^x \quad \text{ב. } 2xe^{4x}(1+2x) \quad \text{ג. } 2^x(1+x \ln 2 + \ln 2)$$

$$(3) \quad \text{א. } \frac{x(2-x)}{e^x} \quad \text{ב. } \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$(4) \quad \text{א. } 30e^{2x}(e^{2x}-1)^2 \quad \text{ב. } \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}}} \quad \text{ג. } \frac{5e^{4x}+6e^{3x}}{2\sqrt{(e^x+1)^3}}$$

$$(5) \quad \text{א. } 2e^{2x} \quad \text{ב. } e^x \quad \text{ג. } -\frac{e^{1/x}}{x^2} \quad \text{ד. } (x+1)^2 e^x$$

$$\text{ה. } e^{-x}(-x^2-2x+3) \quad \text{ו. } 3e^{3x-2}$$

$$\text{ז. } \frac{e^x(x-1)}{x^2} \quad \text{ח. } x^2 e^{2x}(3+2x) \quad \text{ט. } -e^{-2x}(2x+7)$$

$$\text{י. } e^{2x+1}(1-2x)$$

$$\text{יא. } \frac{e^{-1/x}}{x^2} \quad \text{יב. } \frac{3x^2(1-x)}{e^{3x}} \quad \text{יג. } \frac{-2x(x^2+1)}{e^{x^2}}$$

$$\text{יד. } \frac{4}{(e^x+e^{-x})^2} \quad \text{טו. } \frac{(x+1)^2}{e^{-x}} \quad \text{טז. } \frac{e^x}{(1-e^{x+1})^2}$$

## שימושי הנגזרת:

### שאלות:

- (6) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = e^x$  בנקודה  $A(1, e)$ .
- (7) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = e^{2x} + xe^{-x}$  בנקודה שבה  $x = 0$ .
- (8) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה  $f(x) = (e+1)e^x - e^{2x}$  בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר  $y = e$ .
- (9) נתונה הפונקציה:  $y = e^{2x} + 3ex$ .  
לפונקציה העבירו משיק דרך הנקודה שבה:  $x = 2$ .  
מצא את משוואת המשיק.
- (10) שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x) = a \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-b}$  בנקודה  $(1, 15)$  הוא  $21 \ln 3$ .  
מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$ .

### תשובות סופיות:

- (6)  $y = ex$
- (7)  $y = 3x + 1$
- (8)  $y = (-e^2 + e)x + e^2$ ,  $y = (e-1)x + e$
- (9)  $y = 2e^4x + 3ex - 3e^4$
- (10)  $b = -1$ ,  $a = 2$

## חקירה של פונקציה מעריכית:

### שאלות:

(11) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll}
 \text{א. } f(x) = \frac{2x-1}{e^x} & \text{ב. } f(x) = \frac{3}{e^x-1} & \text{ג. } f(x) = \frac{x+1}{e^x-5} \\
 \text{ד. } f(x) = \frac{1}{e^{2x}-3e^x+2} & \text{ה. } f(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^x} & \text{ו. } f(x) = \frac{\sqrt{e^x-1}}{5x-2} \\
 \text{ז. } f(x) = \sqrt{e^{2x}-4e^x+3}
 \end{array}$$

(12) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה:  $f(x) = x^2 e^x$ .

(13) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$ .

(14) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{ax^2+bx+9}{e^x}$ .

הפונקציה משיקה לציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x=1.5$ .  
מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$  ואת נקודות הקיצון של הפונקציה.

(15) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 8^x + p \cdot 2^x + q$ . לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה  $(\log_2 3, -19)$ . מצא את ערכי הפרמטרים  $p$  ו- $q$ .

(16) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = e^{2x} + e^x$ .

(17) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}}$ .

(18) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x + 5}{e^x - 1}$ .

(19) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 5}$ .

(20) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

(21) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^{2x} - 5e^x + 6}$ .

(22) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ .

(23) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{e^x}$ .

(24) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{x-1}{e^{3x} - e}$ .

(25) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = (x-3)e^x$ .

(26) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה הבאה:  $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ .

(27) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2 + a}{be^x}$ . לפונקציה יש נקודת פיתול בנקודה  $(1, \frac{2}{e})$ . מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$  ואת נקודת הפיתול השנייה של הפונקציה.



**(28)** חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים הבאים :

1. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
2. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
3. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה וקביעת סוגן.
4. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

$$f(x) = (x^2 + 1)e^x \quad \text{ב.} \qquad f(x) = (x-1)e^x \quad \text{א.}$$

$$f(x) = e^{x^2-x} \quad \text{ד.} \qquad f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^{x+1}} \quad \text{ו.} \qquad f(x) = \frac{2}{e^{x^2} + 1} \quad \text{ה.}$$

**(29)** נתונה הפונקציה  $f(x) = (x-3)e^x$  . חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(30)** נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x + 10$  . חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$  .
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(31)** נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{4x}{e^{0.5x^2}}$  . חקור על פי הסעיפים הבאים :

- א. מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(32)** נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$ . חקור על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(33)** נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x \cdot 3^x$ . חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(34)** נתונה הפונקציה  $f(x) = 2e^{\frac{x}{x^2+1}}$ . חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- לאילו ערכי  $m$  יש למשוואה  $f(x) = m$  בדיוק פתרון אחד?

**(35)** נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ . חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- מציאת נקודות פיתול של הפונקציה.
- כתיבת תחומי הקעירות כלפי מעלה ומטה.

ח. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(36) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{3x}}{12x^2 + 1}$ .

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

(37) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2 + 6x + k}}$  בנקודה שבה  $x = 1$  הוא  $-\frac{12}{e^{10}}$ .

- מצא את ערך הפרמטר  $k$  וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- הוכח על סמך הסקיצה את אי-השוויון הבא:  $0 < \frac{1}{e^{3x^2 + 6x + 1}} \leq e^2$ .

(38) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$ . גוזרים את הפונקציה פעמיים

וידוע כי כאשר  $x = \ln \frac{2}{3}$  הנגזרות מקיימות:  $f'(x) + f''(x) = 8$ .

- מצא את  $a$ .
- משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא:  $y = 16x + 7 - 16 \ln 2$ .
- מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה.
- מצא את  $b$ .
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

(39) נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = 6x - e^x$  ו-  $g(x) = ae^x - e^{2x} + b$ . ידוע כי לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה אותו שיעור  $x$  וכי שתיהן נפגשות על ציר ה- $y$ .

- מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$ .
- הראה כי לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה משותפים.

**(40)** לגרף הפונקציה:  $f(x) = ax^2 \cdot e^{-bx^2}$  יש נקודת קיצון:  $\left(2, \frac{4}{e}\right)$ ,  $a, b \neq 0$ .

- מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$  וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מעבירים ישר:  $y = k$ . באיזה תחום ערכים צריך להימצא  $k$  כדי שהישר יחתוך את גרף הפונקציה ב-4 נקודות שונות?

**(41)** לפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{e^{ax-1}}$  יש קיצון בנקודה שבה:  $x = 1$ .

- מצא את ערך הפרמטר  $a$ .
- האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(42)** הישר  $x = \sqrt{6}$  הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + m}$ .

- מצא את ערך הפרמטר  $m$  וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(43)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$ .

- מצא את הנקודות המקיימות:  $f'(x) = 0$  וקבע כמה מהן הן נקודות קיצון.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- בכמה נקודות חותך הישר  $y = -0.01$  את גרף הפונקציה?

(44) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$ . גוזרים את הפונקציה פעמיים

וידוע כי כאשר  $x = \ln \frac{2}{3}$  הנגזרות מקיימות:  $f'(x) + f''(x) = 12$ .

א. מצא את  $a$ .

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא:  $y = 22x + 28 - 22 \ln 2$ .

ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה.

ג. מצא את  $b$ .

ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$ ? אם כן מצא את הנקודות.

(45) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot a^x$ ,  $(a > 0)$ .

לפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = -\frac{1}{\ln 2}$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

הנקודה שבה  $x = 2$  היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם גרף הפונקציה:  $g(x) = x^2 \cdot 2^x - kx \cdot 2^x$ .

ג. מצא את  $k$ .

ד. מצא נקודה נוספת שבה הגרפים נחתכים.

(46) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3^{2x} + 2 \cdot 3^{1-x}$ .

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה

עם ציר ה- $y$ .

ב. הוכח כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- $x$ .

ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

## תשובות סופיות:

$$(11) \quad \text{א. כל } x \quad \text{ב. } x \neq 0 \quad \text{ג. } x \neq \ln 5 \quad \text{ד. } x \neq \ln 2, x \neq 0 \quad \text{ה. כל } x$$

$$\text{ו. } 0 \leq x \neq \frac{2}{5} \quad \text{ז. } x \leq 0, x \geq \ln 3$$

$$(12) \quad \min(0,0), \max\left(-2, \frac{4}{e^2}\right)$$

$$(13) \quad \min(3, e^3)$$

$$(14) \quad \min(1.5, 0), \max(3.5, 0.483), b = -12, a = 4$$

$$(15) \quad p = -27, q = 35$$

$$(16) \quad y = 0$$

$$(17) \quad y = 0$$

$$(18) \quad x = 0, y = -5, y = 1$$

$$(19) \quad x = \ln 5, y = -\frac{1}{5}$$

$$(20) \quad y = -1, y = 1$$

$$(21) \quad (\ln 2, -1) \text{ נקודת אי הגדרה}, x = \ln 3, y = -\frac{1}{3}, y = 0$$

$$(22) \quad x = 0, y = 0$$

$$(23) \quad y = 0$$

$$(24) \quad x = \frac{1}{3}, y = 0$$

$$(25) \quad y = 0$$

$$(26) \quad (0,0) \text{ נקודת אי הגדרה}, x = 0$$

$$(27) \quad \left(3, \frac{10}{e^3}\right), a = 1, b = 1$$

$$(28) \quad \text{א. כל } x \quad \text{ב. } (0, -1), (1, 0) \quad \text{ג. } \min(0, -1) \quad \text{ד. עולה: } x > 0 \text{ יורדת: } x < 0$$

$$\text{ב. כל } x \quad \text{ג. } (0, 1) \quad \text{ד. עולה: } x < -1, x > -1 \quad \text{ה. פיתול } \left(-1, \frac{2}{e}\right)$$

$$\text{ג. כל } x \quad \text{ד. } (0, 0) \quad \text{ה. } \max\left(2, \frac{4}{e}\right), \min(0, 0), \max\left(-2, \frac{4}{e}\right)$$

$$\text{ד. עולה: } x < -2, 0 < x < 2 \text{ יורדת: } x > 2, -2 < x < 0$$

$$\text{ד. כל } x \quad \text{ה. } (0, 1) \quad \text{ו. } \min(0.5, e^{-0.25}) \quad \text{ז. עולה: } x > 0.5 \text{ יורדת: } x < 0.5$$

- ה.1. כל  $x$     2.  $(0,1)$     3.  $\max(0,1)$     4. עולה:  $x < 0$  יורדת:  $x > 0$
- ו.1. כל  $x$     2.  $(0, 2e^{-1})$     3.  $\min(0, 2e^{-1})$     4. עולה:  $x > 0$  יורדת:  $x < 0$
- (29) א. כל  $x$     ב.  $\min(2, -e^2)$     ג. תחומי עלייה:  $x > 2$  תחומי ירידה:  $x < 2$
- ד.  $(3,0)$ ,  $(0,-3)$
- (30) א. כל  $x$     ב.  $\max(0,3)$ ,  $\min(\ln 3, 1.59)$     ג. תחומי עלייה:  $x > \ln 3$  או  $x < 0$  תחומי ירידה:  $0 < x < \ln 3$     ד.  $(0,3)$
- (31) א. כל  $x$     ב.  $\min\left(-1, -\frac{4}{e^{0.5}}\right)$ ,  $\max\left(1, \frac{4}{e^{0.5}}\right)$     ג. תחומי עלייה:  $-1 < x < 1$  תחומי ירידה:  $x > 1$  או  $x < -1$     ד.  $(0,0)$
- (32) א. כל  $x$     ב.  $\max\left(3, \frac{27}{e^3}\right)$     ג. עולה:  $x < 3$ , יורדת:  $x > 3$     ד.  $(0,0)$
- (33) א. כל  $x$     ב.  $\min(-0.91, -0.67)$     ג. עולה:  $x > -0.91$  יורדת:  $x < -0.91$     ד.  $(0,0)$
- (34) א. כל  $x$     ב.  $\max(1, 2\sqrt{e})$ ,  $\min\left(-1, \frac{2}{\sqrt{e}}\right)$     ג. עולה:  $-1 < x < 1$  יורדת:  $x < -1$ ,  $x > 1$     ד.  $(0,2)$     ה.  $y = 2$     ו.  $m = 2$ ,  $m = 2\sqrt{e}$ ,  $m = \frac{2}{\sqrt{e}}$
- (35) א.  $x \neq 0$     ב.  $\min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^2}{4}\right)$     ג. עולה:  $x > \frac{1}{2}$ , יורדת:  $x < \frac{1}{2}$     ד. אין
- (36) א. כל  $x$     ב.  $\max\left(\frac{1}{6}, \frac{3\sqrt{e}}{4}\right)$ ,  $\min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^{1.5}}{4}\right)$     ג. עולה:  $x > \frac{1}{2}$ ,  $x < \frac{1}{6}$  יורדת:  $x > \frac{1}{6}$ ,  $x < \frac{1}{2}$     ד.  $(0,1)$     ה.  $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$
- (37) א.  $k=1$ ,  $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}$     ב.  $(-1, e^2)$     ג.  $b = -5$     ד. ניתן לראות עפ"י הגרף כי ערך הפונקציה  $f(x)$  נמצא בתחום  $0 < f(x) \leq e^2$
- (38) א.  $a=4$     ב.  $x = \ln 2$     ג.  $b = -5$     ד.  $(0,0)$
- (39) א.  $a=12$ ,  $b=-12$     ב. עולות:  $x < \ln 6$  יורדות:  $x > \ln 6$

(40) א.  $f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2}$ ,  $a=1$ ,  $b=0.25$  ב.  $\max\left(-2, \frac{4}{e}\right)$ ,  $\min(0,0)$  ג.

ג.  $(0,0)$  ה.  $0 < k < \frac{4}{e}$

(41) א.  $a = \frac{1}{3}$  ב. כן:  $\left(11, \frac{48}{e^{\frac{2}{3}}}\right)$  ג. עולה:  $1 < x < 11$  יורדת:  $x < 1, x > 11$

ד.  $(-1,0)$ ,  $(7,0)$ ,  $(0,-7e)$

(42) א.  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$ ,  $m = -6$  ב.  $\max\left(-2, -\frac{1}{2e^4}\right)$ ,  $\min\left(3, \frac{e^6}{3}\right)$  ג.  $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

(43) א.  $x = 0, -1.5$ . נקודת הקיצון היא:  $\min\left(-1.5, -3\frac{3}{8}e^{-3}\right)$  ב.  $y = 0$

ד. 2 נקודות.

(44) א.  $a = 7$  ב.  $x = \ln 2$  ג.  $b = 10$  ד. לא.

(45) א.  $a = 2$  ב. עולה:  $x > -\frac{1}{\ln 2}$  יורדת:  $x < -\frac{1}{\ln 2}$  ג.  $k = 1$

ד.  $(0,0)$

(46) א.  $y = -x \ln 81 + 7$  ג.  $\min\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{243}\right)$

סקיצות לשאלות החקירה:

