

# מבחן פטור במתמטיקה

פרק 25 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרת סתומה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## נגזרת סתומה

### שאלות

- (1) גזור את הפונקציה הסתומה:  $x^2 + y^5 - y = 1$ .
- (2) גזור את הפונקציה הסתומה:  $4 \ln x + 10 \ln y = y^2$ .
- (3) גזור את הפונקציה הסתומה:  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ .
- (4) מצא את משוואת המשיק למעגל:  $x^2 + y^2 = 25$ , בנקודה  $(3, 4)$ .
- (5) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה:  $xy^2 + y - x = xy$  דרך הנקודה  $(1, 2)$  הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (6) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה:  $x^2 y + e^{y^2 - 4x} = \ln x + 1$  דרך הנקודה  $(1, 1)$  הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (7) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה:  $\sqrt{xy + y} + x^2 y = xy^2$  דרך הנקודה  $(1, 2)$  הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (8) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסתומה:  $e^{xy^2} + y = y^2 - 1$  דרך הנקודה  $(0, 2)$  הנמצאת על גרף הפונקציה.
- (9) נתונה הפונקציה הסתומה:  $x + y \cdot e^y = xy^2 + x^2$ .  
א. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה בהן  $y = 0$ .  
ב. מצא את משוואות הישרים המשיקים של גרף הפונקציה בנקודות שמצאת בסעיף א.
- (10) גזור את הפונקציה הסתומה:  $x^y - xy = 10$ .
- (11) גזור את הפונקציה הסתומה:  $x^y - y^x = 1$ .
- (12) נתונה פונקציה סתומה:  $xy - y^3 + x^2 - x = 0$ . מצא את ערך  $y$  בנקודה בה  $y = 1$ .

## תשובות סופיות

$$5y^4 - 1 \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-2x}{5y^4 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{10}{y} - 2y \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-\frac{4}{x}}{\frac{10}{y} - 2y} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} \neq 0 , \sqrt{y} \neq 1 : \text{בתנאי} , y' = \frac{\sqrt{y} - 1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{y}}{1 - \sqrt{x}} \quad (3)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{5}x + 1\frac{4}{5} \quad (6)$$

$$y = \frac{1}{5}x + 1\frac{5}{6} \quad (7)$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2 \quad (8)$$

$$(0,0) , (1,0) \text{ א.} \quad (9)$$

ב. משוואת המשיק ב- $(0,0)$  :  $y = -x$  , משוואת המשיק ב- $(1,0)$  :  $y = x - 1$

$$x^y \cdot \ln x - x \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{y - x^y \cdot \frac{y}{x}}{x^y \cdot \ln x - x} \quad (10)$$

$$x^y \cdot \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y} \neq 0 : \text{בתנאי} , y' = \frac{-x^y \cdot \frac{y}{x} + y^x \cdot \ln y}{x^y \cdot \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y}} \quad (11)$$

$$y'' = -1 \quad (12)$$