# מכינת מתמטיקה לקראת לימודי הנדסה ברמת 5 יחידות

## פרק 33 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים

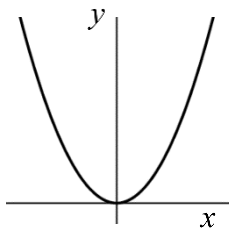
### תוכן העניינים

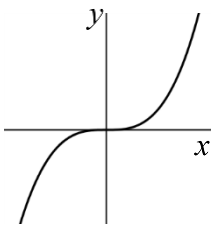

1. הקדמה כללית ..... 1
2. גזירת פונקציות ..... 2
3. מציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה ..... 8
4. מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה ..... 9
5. שאלות עם פרמטרים ..... 12
6. שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק מנקודה חיצונית ..... 14

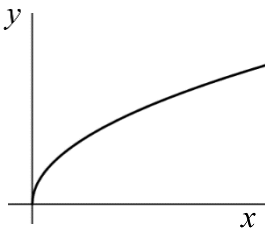
# הקדמה כללית:

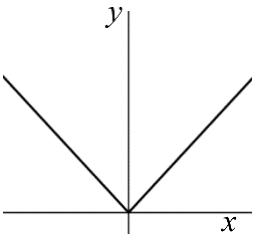
## סיכום כללי:

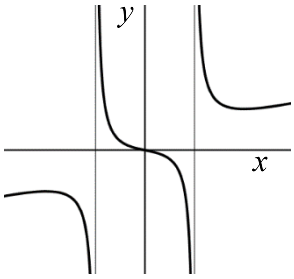
### פונקציות נפוצות:

הפונקציה $f(x)=x^2$ : 

הפונקציה $f(x)=x^3$ : 

הפונקציה $f(x)=\sqrt{x}$ : 

הפונקציה $f(x)=|x|$ : 

פונקציה עם מכנה, למשל: $f(x)=\frac{5x^3+4x}{x^2-1}$ : 

### שיפוע של פונקציה:

- השיפוע $m$ של פונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעל הפונקציה הוא ערך הנגזרת בנקודה $A(x_1,y_1)$, כלומר: $m=f'(x_1)$.
- השיפוע של המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעל הפונקציה שווה לשיפוע הפונקציה בנקודה $A(x_1,y_1)$.
- משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעליה מתקבלת על ידי הנוסחה למציאת ישר: $y-y_1=m(x-x_1)$.

### הנגזרת:

לכל פונקציה $f(x)$ קיימת פונקציה, הנקראת פונקציית הנגזרת (או רק "הנגזרת") ומסומנת $f'(x)$, המתקבלת ממנה על פי כללי הגזירה.

# גזירת פונקציות:

## סיכום כללי:

### כללי הגזירה:

- כלל גזירה מס' 1: $f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot x^{n-1}$.
- כלל גזירה מס' 2 (כפל בקבוע): $f(x)=ax^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot ax^{n-1}$.
- כלל גזירה מס' 3 (נגזרת של קבוע): $f(x)=a \Rightarrow f'(x)=0$.
- כלל גזירה מס' 4 (סכום והפרש): $f(x)=u\pm v \Rightarrow f'(x)=u'\pm v'$.
- כלל גזירה מס' 5 (פונקציה מורכבת): $f(x)=u^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$.
- כלל גזירה מס' 6 (נגזרת של $\frac{1}{x}$): $f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.
- כלל גזירה מס' 7 (מכפלה): $f(x)=u\cdot v \Rightarrow f'(x)=u'v+v'u$.
- כלל גזירה מס' 8 (מנה): $f(x)=\frac{u}{v} \Rightarrow f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
- כלל גזירה מס' 9 (שורש): $f(x)=\sqrt{x} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

## שאלות:

**1)** גזור את הפונקציות הבאות:

| | | |
|---|---|---|
| א. $f(x)=x^3$ | ב. $f(x)=x^7$ | ג. $f(x)=x^2$ |
| ד. $f(x)=x$ | ה. $f(x)=x^{-3}$ | ו. $f(x)=x^{-1}$ |
| ז. $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ | ח. $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$ | ט. $f(x)=x^{\frac{3}{4}}$ |

**2)** גזור את הפונקציות הבאות:

| | | |
|---|---|---|
| א. $f(x)=2x^3$ | ב. $f(x)=3x^7$ | ג. $f(x)=\frac{1}{2}x^4$ |
| ד. $f(x)=\frac{x^6}{7}$ | ה. $f(x)=8x$ | ו. $f(x)=3x^{-2}$ |
| ז. $f(x)=\frac{4}{x}$ | ח. $f(x)=6x^{\frac{1}{2}}$ | ט. $f(x)=\frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$ |

**3)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=12$ ב. $f(x)=\frac{7}{8}$

**4)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=x^3+2x^2-3x+5$ ב. $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{x^3}{6}+\frac{3x}{4}-\frac{2}{5}$

ג. $f(x)=7x^2+23x-6$ ד. $f(x)=6x^2+8x+4$

ה. $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x^3$ ו. $f(x)=\frac{x^4}{8}+67$

**5)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=(5x-2)^3$ ב. $f(x)=(x^3+6)^5$ ג. $f(x)=3(x-x^2)^2$

ד. $f(x)=\frac{(5-x)^3}{4}$ ה. $f(x)=\frac{2(x+1)^4}{3}$

**6)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{3}{x}$ ב. $f(x)=-\frac{2}{x}$ ג. $f(x)=\frac{1}{x^2}$

ד. $f(x)=\frac{3}{x^3}$ ה. $f(x)=\frac{1}{x^2-3x}$ ו. $f(x)=\frac{2}{3-x}$

ז. $f(x)=\frac{6}{x+5}$

**7)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=(5x+1)(x-3)$ ב. $f(x)=(5x+1)^3(x-3)$

ג. $f(x)=x^3(6-x)^4$ ד. $f(x)=3x^2\cdot x$

ה. $f(x)=x^2\cdot x^3$ ו. $f(x)=x(3x+7)$

ז. $f(x)=3x^3(3x-1)$ ח. $f(x)=(x-2)(2x^2+3)$

ט. $f(x)=(3x-2)(x^2+10x)$ י. $f(x)=(3x^4-4x)(2x^2+5x+2)$

יא. $f(x)=x(x-2)(3x-4)$

**8)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=(x^2-4)^2$

ב. $f(x)=2x^3(3x+5)^2$

ג. $f(x)=(x^3+2)^2(x-1)^3$

ד. $f(x)=(x^2+1)^3(2x-1)^2$

**9)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{3x-1}{1+2x}$

ב. $f(x)=\frac{x^2+1}{5x-12}$

ג. $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+3}$

ד. $f(x)=\frac{x^2+8}{x-1}$

ה. $f(x)=\frac{1}{x}$

ו. $f(x)=\frac{3}{x^3}$

ז. $f(x)=\frac{(x-1)^2}{x+1}$

ח. $f(x)=\frac{(x^2+3)^2}{x^2-2}$

ט. $f(x)=\frac{x^3-x^2}{2(1-x)}$

י. $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

**10)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\sqrt{x}$

ב. $f(x)=4\sqrt{x+1}$

ג. $f(x)=\sqrt{x^3-1}$

ד. $f(x)=(3x+1)\sqrt{x}$

ה. $f(x)=x^2\sqrt{x+3}$

ו. $f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x}}$

**11)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\sqrt{x+1}$

ב. $f(x)=\sqrt{2x}$

ג. $f(x)=\sqrt{3x^2+1}$

ד. $f(x)=\sqrt{10-3x}$

ה. $f(x)=\sqrt{2x^2+7x}$

ו. $f(x)=3x^2-8\sqrt{x}$

ז. $f(x)=x^2\sqrt{1-2x}$

ח. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x}$

ט. $f(x)=\frac{x\sqrt{x^2+4}}{2}$

י. $f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{1-x^2}}$

יא. $f(x)=\frac{2x^3-x^2+x-5\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$

יב. $f(x)=\sqrt{\frac{3-x}{x}}$

יג. $f(x)=\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$

יד. $f(x)=\frac{x^2+7}{\sqrt{x^2-5}}$

טו. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$

טז. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

**12)** גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=ax^4-bx$

ב. $f(x)=\frac{ax^2}{3}-\frac{x}{b}+c$

ג. $f(x)=\frac{x-2a}{x-4a}$

ד. $f(x)=a\sqrt{bx^2+c}$

**13)** גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{x^2+2x+4}{2x}$

ב. $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{2x+10}$

ג. $f(x)=\frac{2x^2}{(x+1)^2}$

ד. $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$

ה. $f(x)=\frac{x^3}{(x+1)^2}$

ו. $f(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$

## תשובות סופיות:

**1)** א. $3x^2$ ב. $7x^6$ ג. $2x$ ד. $1$ ה. $-\frac{3}{x^4}$ ו. $-\frac{1}{x^2}$

ז. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ח. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ ט. $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$.

**2)** א. $6x^2$ ב. $21x^6$ ג. $2x^3$ ד. $\frac{6x^5}{7}$ ה. $8$.

ו. $-\frac{6}{x^3}$ ז. $-\frac{4}{x^2}$ ח. $\frac{3}{\sqrt{x}}$ ט. $\frac{2}{9\sqrt[3]{x}}$.

**3)** א. $0$ ב. $0$.

**4)** א. $3x^2+4x-3$ ב. $x^3-\frac{x^2}{2}+\frac{3}{4}$ ג. $14x+23$ ד. $12x+8$ ה. $x-3x^2$ ו. $0.5x^3$.

**5)** א. $15(5x-2)^2$ ב. $15x^2(x^3+6)^4$ ג. $6(x-x^2)(1-2x)$

ד. $-\frac{3}{4}(5-x)^2$ ה. $\frac{8(x+1)^3}{3}$.

**6)** א. $-\frac{3}{x^2}$ ב. $\frac{2}{x^2}$ ג. $-\frac{2}{x^3}$ ד. $-\frac{9}{x^4}$ ה. $-\frac{2x-3}{(x^2-3x)^2}$

ו. $\frac{2}{(3-x)^2}$ ז. $-\frac{6}{(x+5)^2}$.

**7)** א. $10x-14$ ב. $(5x+1)^2(20x-44)$ ג. $x^2(6-x)^3(18-7x)$.

ד. $9x^2$ ה. $5x^4$ ו. $6x+7$ ז. $36x^3-9x^2$ ח. $6x^2-8x+3$

ט. $9x^2+56x-20$ י. $36x^5+75x^4+24x^3-24x^2-40x-8$

יא. $9x^2-20x+8$.

**8)** א. $4x(x^2-4)$ ב. $30x^2(x+1)(3x+5)$ ג. $3(x-1)^2(x^3+2)(3x^3-2x^2+2)$

ד. $2(2x-1)(x^2+1)^2(8x^2-3x+2)$.

**9)** א. $\frac{5}{(1+2x)^2}$ ב. $\frac{5x^2-24x-5}{(5x-12)^2}$ ג. $\frac{8x}{(x^2+3)^2}$ ד. $\frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$

ה. $-\frac{1}{x^2}$ ו. $-\frac{9}{x^4}$ ז. $\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$

ח. $\frac{2x(x^2+3)(x^2-7)}{(x^2-2)^2}$ ט. $-x$ י. $-\frac{1}{(x+2)^2}$.

**10)** א. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ב. $\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ ג. $\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-1}}$ ד. $\frac{9x+1}{2\sqrt{x}}$ ה. $\frac{x(5x+12)}{2\sqrt{x+3}}$

ו. $\frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$

**11)** א. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ ב. $\frac{1}{\sqrt{2x}}$ ג. $\frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}}$ ד. $-\frac{3}{2\sqrt{10-3x}}$ ה. $\frac{4x+7}{2\sqrt{2x^2+7x}}$

ו. $6x-\frac{4}{\sqrt{x}}$ ז. $\frac{2x-5x^2}{\sqrt{1-2x}}$ ח. $-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ ט. $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+4}}$ י. $\frac{1-3x}{(1-x^2)^{1.5}}$

יא. $3\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2x\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}$ יב. $-\frac{3}{2x\sqrt{3x-x^2}}$ יג. $\frac{-x^2+2x+1}{2(1-x)^{1.5}\sqrt{1+x^2}}$

יד. $\frac{x^3-17x}{(x^2-5)^{1.5}}$ טו $-\frac{x+1}{2\sqrt{x}(x-1)^2}$ טז. $-\frac{x+3}{2(x-1)^2\sqrt{x+1}}$.

**12)** א. $4ax^3-b$ ב. $\frac{2ax}{3}-\frac{1}{b}$ ג. $\frac{-2a}{(x-4a)^2}$ ד. $\frac{abx}{\sqrt{bx^2+c}}$.

**13)** א. $f'(x)=\frac{2x^2-8}{4x^2}$ , $f''(x)=\frac{4}{x^3}$.

ב. $f'(x)=\frac{2x^2+20x-62}{(2x+10)^2}$ , $f''(x)=\frac{448}{(2x+10)^3}$.

ג. $f'(x)=\frac{4x}{(x+1)^3}$ , $f''(x)=\frac{4(1-2x)}{(x+1)^4}$.

ד. $f'(x)=\frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$ , $f''(x)=\frac{8x(x^2+12)}{(x^2-4)^3}$.

ה. $f'(x)=\frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}$ , $f''(x)=\frac{6x}{(x+1)^4}$.

ו. $f'(x)=-\frac{6(x+1)^2}{(x-1)^4}$ , $f''(x)=\frac{12(x+1)(x+3)}{(x-1)^5}$

# מציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:

## שאלות:

**14)** מצא את שיפוע הפונקציה $f(x)=2x^3-7x$ בנקודה $(2\ ,\ 2)$.

**15)** מצא את שיפוע הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x^2-3}$ בנקודה בה $x=-2$.

**16)** מצא את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}$ בנקודה בה $x=1$.

## תשובות סופיות:

**14)** $m=17$
**15)** $m=4$
**16)** $m=2$

# מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה:

## שאלות:

**17)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=2(4x+3)^3$ בנקודה בה $x=-1$.

**18)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{8}{x+1}$ בנקודה בה $y=2$.

**19)** מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x)=x^2-2x-8$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה-$x$.

**20)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=x^4-2x$ ששיפועו 2.

**21)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{x^3+3x-1}{x^2-2}$ בנקודה שבה $x=1$.

**22)** נתון כי הישר $2y-3x=3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=3\sqrt{x}$.
מצא את נקודת ההשקה.

**23)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{x}$ בנקודה בה $x=1$.

**24)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=3x^2-8\sqrt{x}$ בנקודה בה $x=4$.

**25)** נתונה הפונקציה הבאה $f(x)=4x-2\sqrt{x}$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר $f(x)=3x-\frac{1}{2}$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-$x$.

**26)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x-1}}$ ששיפועו 2-.

**27)** מצא את משוואות המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2-x+2}}$ בנקודה שבה $x=2$.

**28)** מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x)=\frac{1}{3x^3}$ היוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה-$x$ זווית של $135°$.

**29)** מצא את משוואת המשיקים המשותפים לפונקציות הבאות: $y=-\frac{1}{4}x^2-5$ , $y=x^2$.

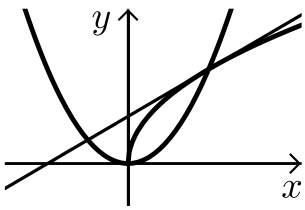
**30)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$ ונתון הישר: $y=2x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה והישר הנמצאת ברביע הראשון.

ב. מצא את משוואות המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

ג. חשב את השטח שנוצר בין המשיק והצירים.

**31)** באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $g(x)=x^2$ , $f(x)=\sqrt{x}$.




א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך נקודת החיתוך שמצאת הנמצאת ברביע הראשון.

ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של המשיק שמצאת עם גרף הפונקציה $g(x)$.

## תשובות סופיות:

**17)** $y=24x+22$

**18)** $y=-\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}$

**19)** $y=6x-24$ , $y=-6x-12$

**20)** $y=2x-3$

**21)** $y=-12x+9$

**22)** $(1\ ,\ 3)$

**23)** $y=-\frac{1}{2}x+2\frac{1}{2}$

**24)** $y=22x-56$

**25)** א. $y=3x-1$ ב. $\left(\frac{1}{3}\ ,\ 0\right)$

**26)** $y=-2x+8$

**27)** $y=\frac{11}{16}x-\frac{15}{8}$

**28)** $y=-x+1\frac{1}{3}$ , $y=-x-1\frac{1}{3}$

**29)** $y=2x-1$ , $y=-2x-1$

**30)** א. $(1\ ,\ 2)$ ב. $y=-1.5x+3.5$ ג. $S=4\frac{1}{12}$.

**31)** א. $(1\ ,\ 1)$ , $(0\ ,\ 0)$ ב. $y=0.5x+0.5$ ג. $(-0.5\ ,\ 0.25)$.

# שאלות עם פרמטרים:

## שאלות:

**32)** שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=ax^2-4x$ בנקודה שבה $x=3$ הוא 8.
מצא את ערכו של הפרמטר $a$ ואת משוואת המשיק.

**33)** נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{ax}$ , $(a>0)$.
המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=\frac{1}{2}$ הוא בעל שיפוע 1.
מצא את ערך הפרמטר $a$.

**34)** נתונה הפונקציה: $y=x^3+a\sqrt{x}$ ($a$ פרמטר).
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא 5.
מצא את ערך הפרמטר $a$.

**35)** נתונה הפונקציה: $y=2\sqrt{x}-\frac{A}{x}$ (A פרמטר).
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא 2.
מצא את ערך הפרמטר A.

**36)** הישר $y=4x+b$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=\frac{2}{x^2}+3$.
מצא את $b$ ואת נקודת ההשקה.

**37)** שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{2}{ax+3}$ בנקודה שבה $y=2$ הוא -4.
מצא את ערכו של הפרמטר $a$ ואת משוואת המשיק.

**38)** הישר $y=ax+\frac{1}{2}$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)=\frac{2}{x+c}$ בנקודה $x=0$.
מצא את ערכי הפרמטרים $a$ ו-$c$.

**39)** הישר $y=3x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=x\sqrt{x}+b$.
מצא את $b$ ואת נקודת ההשקה.

**40)** שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{a}{\sqrt{bx-1}}$ בנקודה $(1\ ,\ 6)$ הוא 6-.
מצא את ערכי הפרמטרים $a$ ו- $b$ ואת משוואת המשיק.

**41)** לאילו ערכי $k$ ישיק הישר $y=-5x+6$ לגרף הפונקציה $f(x)=x^3-2x^2-4x+k$ ?
לכל ערך כזה של $k$ מצא את נקודת ההשקה.

**42)** הפונקציות $y=\frac{1}{x}$ ו- $y=-\frac{1}{2}x^2+k$ משיקות זו לזו.
מצא את $k$ ואת נקודת ההשקה.

## תשובות סופיות:

**32)** $a=2\ ,\ y=8x-18$

**33)** $a=2$

**34)** $a=4$

**35)** $A=1$

**36)** $(-1\ ,\ 5)\ ,\ y=4x+9$

**37)** $a=2\ ,\ y=-4x-2$

**38)** $a=-\frac{1}{8}\ ,\ c=4$

**39)** $b=4\ ,\ (4\ ,\ 12)$

**40)** $b=2\ ,\ a=6\ ,\ y=-6x+12$

**41)** $k=6:(1\ ,\ 1)$ או: $k=\frac{158}{27}:\left(\frac{1}{3}\ ,\ \frac{13}{3}\right)$.

**42)** $(1\ ,\ 1)\ ,\ k=1.5$

## שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק מנקודה חיצונית:

**שאלות:**

**43)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. בטא באמצעות $t$ את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=x^2+1$ בנקודה שבה $x=t$.

ב. מצא את ערכיו של $t$ אם נתון שהמשיק עובר בנקודה $(-1\ ,\ 1)$.

**44)** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x)=5x-x^2$ העוברים דרך הנקודה $(3\ ,\ 7)$.

**45)** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x)=x^2+5x-6$ העוברים דרך הנקודה $(0\ ,-10)$.

**46)** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x)=12x-x^3$ העוברים דרך הנקודה $(2\ ,\ 24)$.

**47)** מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ העובר בנקודה $(3\ ,\ 0)$.

**48)** מצא משוואת המשיק לפונקציה: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ אם ידוע ששטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים הוא 4.5 יחידות שטח.

**49)** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x-2}}$ העוברים דרך הנקודה $(2\ ,\ 3)$.

## תשובות סופיות:

**43)** א. $y=2tx-t^2+1$ ב. $t=0,-2$.

**44)** $y=-3x+16$ , $y=x+4$

**45)** $y=x-10$ , $y=9x-10$

**46)** $y=12x$ , $y=-15x+54$

**47)** $y=-\frac{1}{2}x+1\frac{1}{2}$

**48)** $y=-\frac{1}{16}x+\frac{3}{4}$

**49)** $y=-x+5$