

סדנת ריענון במתמטיקה למדעים והנדסה

פרק 8 - חקירת משוואות ממעלה ראשונה ושנייה

תוכן העניינים

1. חקירת משוואות ממעלה ראשונה 1
2. חקירת משוואות ממעלה שנייה 4

חקירת משוואות ממעלה ראשונה:

שלבי עבודה:

- נפתור את המשוואה.
- נאתר את ערכי הפרמטר המאפסים את המכנה בכל שלבי הפתרון.
- נבדוק לכל ערך כזה בנפרד כמה פתרונות יש למשוואה על ידי הצבתו במשוואה המקורית.

שאלות:

(1) פתור את המשוואה: $kx + 6k = 2x + 3k^2$.

(2) פתור את המשוואה: $a^2(x-1) = 3ax + 4(x-a)$.

(3) פתור את מערכת המשוואות:
$$\begin{cases} 2kx + 5y = 2k^2 \\ 2x - y = -10 \end{cases}$$

(4) נתונה המשוואה: $m(mx-2) = 3(2+3x)$. מצא אלו ערכי m למשוואה:

- פתרון יחיד.
- אף פתרון.
- אינסוף פתרונות.

(5) נתונה המשוואה: $k^2(5-2x) = 3(15-2kx)$.

- מצא לאלו ערכי k למשוואה:
 - פתרון יחיד.
 - אף פתרון.
 - אינסוף פתרונות.
- מצא לאלו ערכי k פתרון המשוואה:
 - חיובי.
 - מקיים את אי-השוויון: $2x-3 > x$.

$$(6) \quad \text{נתונה המשוואה: } \frac{mx}{m-2} = \frac{2m}{m-5} - \frac{6x}{m^2-7m+10}$$

מצא לאלו ערכי m למשוואה:

- א. פתרון יחיד.
- ב. אף פתרון.
- ג. אינסוף פתרונות.

$$(7) \quad \text{נתונה מערכת המשוואות הבאה: } \begin{cases} (4-a)x + 3(2a-1)y = 3 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

א. מצא לאלו ערכי a למערכת המשוואות:

- i. פתרון יחיד.
- ii. אף פתרון.
- iii. אינסוף פתרונות.

ב. מצא לאלו ערכי a פתרון מערכת המשוואות מקיים את אי-השוויון: $2x + y > -1$.

$$(8) \quad \text{נתונה מערכת המשוואות: } \begin{cases} x + 3ay = a \\ ax + 3y = 4a - 3 \end{cases}$$

א. מצא לאלו ערכי a למערכת המשוואות:

- i. פתרון יחיד.
- ii. אף פתרון.
- iii. אינסוף פתרונות.

ב. מצא לאלו ערכי a נקודת החיתוך בין הישרים (המיוצגים על ידי המשוואות) נמצאת ברביע השלישי.

תשובות סופיות:

(1) $x = 3k$

(2) $x = \frac{a}{a+1}$

(3) $(k-5, 2k)$

(4) א. $m \neq \pm 3$ ב. $m = 3$ ג. $m = -3$

(5) א. i. $k \neq 0, 3$ ii. $k = 0$ iii. $k = 3$

ב. i. $k > 0$ או $k < -3$ וגם $k \neq 3$ ii. $0 < k < 15$ וגם $k \neq 3$

(6) א. $m \neq 2, 3, 5$ ב. $m = 2, 3, 5$ ג. אף m

(7) א. i. $a \neq 1, -3$ ii. $a = -3$ iii. $a = 1$

ב. $a > -3$ או $a < -10$ וגם $a \neq 1$

(8) א. i. $a \neq \pm 1$ ii. $a = -1$ iii. $a = 1$

ב. $-1 < a < 0$

חקירת משוואות ממעלה שנייה:

שאלות:

- (1) פתור את המשוואה: $x^2 + mx - 12m^2 = 0$.
- (2) פתור את המשוואה: $2x^2 + 5m^2 = (11m + 1)x - 5m$.
- (3) נתונה המשוואה: $x^2 + mx + 9 = 0$. מצא לאלו ערכי m למשוואה:
 - א. שני פתרונות ממשיים שונים.
 - ב. פתרון ממשי אחד.
 - ג. אין פתרונות ממשיים כלל.
- (4) נתונה המשוואה: $(3 - m)x^2 + 4mx - 2m = 0$, $(m \neq 3)$. מצא לאלו ערכי m למשוואה:
 - א. שני פתרונות ממשיים שונים.
 - ב. פתרון ממשי אחד.
 - ג. אין פתרונות ממשיים כלל.
- (5) נתונה הפונקציה: $y = 2mx^2 + mx - 1$. מצא לאלו ערכי m הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- x .
- (6) נתונה הפונקציה: $y = (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + 4$, $(m \neq \pm 3)$. מצא לאלו ערכי m הפונקציה נמצאת מעל ציר ה- x לכל ערך של x .
- (7) נתון אי השוויון: $mx^2 > (m + 4)(x - 1) - x^2$. מצא לאלו ערכי m אי השוויון מתקיים לכל ערך של x .

תשובות סופיות:

$$x_1 = 3m, x_2 = -4m \quad (1)$$

$$x_1 = 5m, x_2 = \frac{m+1}{2} \quad (2)$$

$$-6 < m < 6 \text{ ג.} \quad m \neq \pm 6 \text{ ב.} \quad m < -6 \text{ או } m > 6 \text{ א.} \quad (3)$$

$$-3 < m < 0 \text{ ג.} \quad m = 0, -3 \text{ ב.} \quad m < -3 \text{ או } m > 0 \text{ א.} \quad m \neq 3 \text{ וגם} \quad (4)$$

$$-8 < m \leq 0 \quad (5)$$

$$m < -3 \text{ או } m > 3\frac{2}{5} \quad (6)$$

$$m > 0 \quad (7)$$