# מתמטיקה

## פרק 5 - חקירת משוואה ממעלה שנייה

### תוכן העניינים

1. פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר ..... 1
2. חקירה של משוואה ממעלה שנייה ..... 2
3. חקירות עם קדקוד פרבולה ..... 11

# פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר:

## סיכום כללי:

משוואות מהצורה: $ax^2+bx+c=0$ המכילות פרמטר כלשהו, $m$, המגולם בתוך הביטויים של המקדמים $a$, $b$ ו-$c$ נקראות משוואות עם פרמטר.

פתרון של משוואה עם פרמטר יתבצע באופן רגיל, אך יכול להכיל את הפרמטר.

## שאלות:

**1)** פתור את המשוואה: $x^2+mx-12m^2=0$.

**2)** פתור את המשוואה: $2x^2+5m^2=(11m+1)x-5m$.

## תשובות סופיות:

**1)** $x_1=3m$ , $x_2=-4m$.

**2)** $x_1=5m$ , $x_2=\frac{m+1}{2}$.

# חקירה של משוואה ממעלה שנייה:

## סיכום כללי:

### המשוואה הריבועית:

תהא המשוואה הריבועית: $ax^2+bx+c=0$ כאשר $a\neq 0$.
נגדיר: $\Delta=b^2-4ac$ ונאמר כי:

- למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים אם: $\Delta>0$.
- למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד אם: $\Delta=0$.
- למשוואה לא יהיו שני פתרונות ממשיים כלל אם: $\Delta<0$.

אם $a=0$ תתקבל משוואה ליניארית מהצורה: $bx+c=0$.

- למשוואה זו יהיה פתרון ממשי אחד אם $b\neq 0$.
- למשוואה לא יהיו פתרונות כלל אם: $b=0$ ו-$c\neq 0$.

אם $b=0$ וגם $c=0$ למשוואה יהיו אינסוף פתרונות ממשיים.

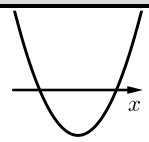
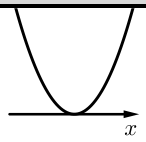
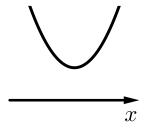
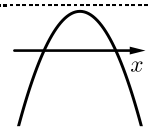
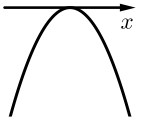
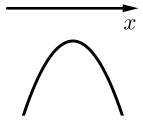
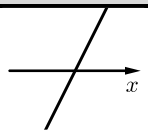
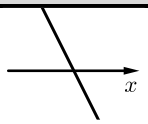
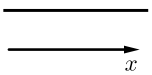
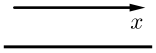
### הפונקציה הריבועית:

תהא הפונקציה הריבועית: $y=ax^2+bx+c$ כאשר $a\neq 0$.
נגדיר: $\Delta=b^2-4ac$ ונאמר כי לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה-$x$ באופן הבא:

- אם $a>0$ תתקבל פרבולה ישרה (מחייכת):
  - עבור $\Delta>0$ הפרבולה תחתוך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות שונות.
  - עבור $\Delta=0$ הפרבולה תשיק לציר ה-$x$ (חיתוך בנקודה אחת).
  - עבור $\Delta<0$ הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה-$x$ כלל).
- אם $a>0$ תתקבל פרבולה הפוכה (עצובה):
  - עבור $\Delta>0$ הפרבולה תחתוך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות שונות.
  - עבור $\Delta=0$ הפרבולה תשיק לציר ה-$x$ (חיתוך בנקודה אחת).
  - עבור $\Delta<0$ הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה-$x$ כלל).

- אם $a=0$ תתקבל פונקציה ליניארית: $y=bx+c$ ולה:
  - עבור $b>0$ יתקבל ישר עולה החותך את ציר ה-$x$ ב-$\left(-\frac{c}{b},0\right)$.
  - עבור $b<0$ יתקבל יורד עולה החותך את ציר ה-$x$ ב-$\left(-\frac{c}{b},0\right)$.
- אם $b=0$ יתקבל ישר $y=c$ וכעת:
  - אם $c>0$ הישר כולו מעל לציר ה-$x$ ומקביל לו.
  - אם $c<0$ הישר כולו מתחת לציר ה-$x$ ומקביל לו.
  - אם $c=0$ הישר מתלכד עם ציר ה-$x$.

ניתן לסכם את כל המקרים באופן הבא:

| פירוט מילולי | תנאים | $\Delta>0$ | $\Delta=0$ | $\Delta<0$ |
|---|---|---|---|---|
| תיאור גרפי של $y=ax^2+bx+c$ עבור $a\neq 0$ | $a>0$ |  |  |  |
| | $a<0$ |  |  |  |
| | | $b>0$ | $b<0$ | |
| תיאור גרפי של $y=bx+c$ כאשר $a=0$ ו-$b\neq 0$ | $a=0$ $b\neq 0$ |  |  | |
| | | $c>0$ | $c<0$ | $c=0$ |
| תיאור גרפי של $y=c$ כאשר $a=0$ ו-$b=0$ | $a=0$ $b=0$ |  |  |  |

## שאלות:

**1)** נתונה המשוואה: $(3-m)x^2+4mx-2m=0$ , $(m\neq 3)$.

מצא לאלו ערכי $m$ למשוואה:

א. שני פתרונות ממשיים שונים.

ב. פתרון ממשי אחד.

ג. אין פתרונות ממשיים כלל.

**2)** נתונה הפונקציה: $y=2mx^2+mx-1$.

מצא לאלו ערכי $m$ הפונקציה אינה חותכת את ציר ה-$x$.

**3)** נתונה הפונקציה: $y=(m^2-9)x^2+(m+3)x+4$ , $(m\neq\pm 3)$.

מצא לאלו ערכי $m$ הפונקציה נמצאת מעל ציר ה-$x$ לכל ערך של $x$.

**4)** נתון אי השוויון: $mx^2>(m+4)(x-1)-x^2$.

מצא לאלו ערכי $m$ אי השוויון מתקיים לכל ערך של $x$.

**5)** נתונה המשוואה הבאה: $-m(x-1)^2+2(m+16)=x(6-x(2m-3))+1$.

א. מצא עבור אלו ערכי $m$ יש למשוואה:

i. שני פתרונות ממשיים שונים.

ii. פתרון ממשי אחד.

iii. אף פתרון ממשי.

ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה-$m$ המתאימים במידה והוא קיים.

**6)** נתונה המשוואה הבאה: $m^2x(9x+1)+1=0$.

א. מצא עבור אלו ערכי $m$ יש למשוואה:

i. שני פתרונות ממשיים שונים.

ii. פתרון ממשי אחד.

iii. אף פתרון ממשי.

ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה-$m$ המתאימים במידה והוא קיים.

**7)** נתונה המשוואה: $mx^2-(9m+4)x+20m+16=0$.

א. הראה שעבור כל ערך של $m$ יש למשוואה לפחות פתרון ממשי אחד.

ב. פתור את משוואה והראה כי אחד השורשים הוא מספר קבוע שאינו תלוי ב-$m$.

**8)** לפניך הפונקציה הבאה: $f(x)=(m^2-m-2)x^2+2(m-2)x+4$.

ענה על השאלות הבאות:

א. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה חותך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות שונות?

ב. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה חותך את ציר ה-$x$ בנקודת אחת בלבד?

ג. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה לא חותך את ציר ה-$x$ כלל?

ד. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה חיובי לכל ערך של $x$?

ה. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה שלילי לכל ערך של $x$?

**9)** נתונה הפונקציה: $f(x)=kx^2-5kx+6k+1$.

א. עבור אלו ערכי $k$ גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה-$x$?

ב. עבור איזה ערך של $k$ יתקבל גרף פרבולה הנוגעת בציר ה-$x$?

**10)** עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה: $f(x)=(k^2-5k-6)x^2+(2-3k)x+2$ הוא אי-שלילי לכל ערך של $x$?

**11)** נתונות הפונקציות: $f(x)=x^2+4x+2m+2$ ו-$g(x)=(1-m)x^2-3mx-1.5$.

א. מצא עבור אלו ערכי $m$ נחתכים הגרפים של הפונקציות:

i. בשתי נקודות שונות.

ii. בנקודה אחת בלבד.

iii. באף נקודה.

ב. מצא לאלו ערכי $m$ יהיה גרף הפונקציה $f(x)$ כולו מתחת לגרף הפונקציה $g(x)$.

**12)** נתונה הפונקציה: $f(x)=2kx^2+6kx+8k+2$.

א. עבור איזה ערך של $k$ גרף הפונקציה יהיה ישר העובר ברביעים הראשון והשני בלבד?

מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=kx^2-6x-10$.

ב. האם קיימים ערכי $k$ עבורם גרף הפונקציה $f(x)$ הוא מעל גרף הפונקציה $g(x)$ לכל $x$? הראה חישוב מתאים.

ג. הוכח כי קיים ערך של $k$ עבורו גרפים של שתי הפונקציות משיקים זה לזה ומצא אותו.

**13)** נתונה הפונקציה הריבועית: $f(x)=2x^2-(5m+7)x+3m^2+8m+5$.

א. הראה כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה-$x$ לפחות פעם אחת לכל ערך של $m$.

ב. מצא את שורשי הפונקציה.

ג. עבור אלו ערכי $m$ סכום השורשים גדול מ-3.5.

ד. מהם שורשי הפונקציה כאשר: $m=0$?

**14)** נתונה המשוואה הבאה: $(k+1)x^2+(k^2-4k-5)x-54=0$.

א. ענה על שני החלקים הבאים:

i. עבור אלו ערכי $k$ יהיו פתרונות המשוואה שני מספרים נגדיים?

ii. מהם פתרונות המשוואה עבור ערכי ה-$k$ שמצאת?

ב. הראה כי לא קיים ערך של $k$ עבורו פתרונות המשוואה:

$(k-4)x^2+(6k-k^2-8)x+5k-10=0$ הם מספרים נגדיים.

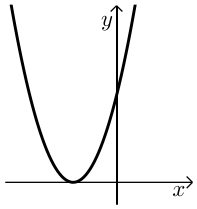
**15)** נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=mx^2+(m-2)x+m^2+3m-10$.

א. מצא עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את נקודות החיתוך שבין הגרפים המתקבלים עבור כל ערכי ה-$m$ שמצאת בסעיף א'.

**16)** מצא עבור אלו ערכי $m$ למשוואה: $(4-m)x^2+(m+2)x+m^2-12m-28=0$ יהיו שני פתרונות ממשיים שונים שאחד מהם הוא אפס.

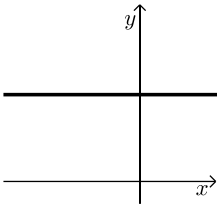
**17)** נתונה משפחת הפרבולות הבאה: $f(x)=2x^2+(m+1)x+m^2+2m-2.5$.




א. מצא ערך של $m$ עבורו גרף הפרבולה השייכת למשפחת הפונקציות הנ"ל היא מהצורה:

ב. עבור ערך ה-$m$ שמצאת בסעיף הקודם מצא את התחום של $k$ עבורו יהיה לגרף הפרבולה ולישר $y=kx-4$ שתי נקודות חיתוך.

**18)** נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=(m^2-5m+4)x^2+(2m-2)x+1$.



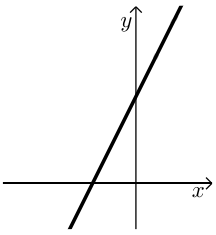

א. עבור אלו ערכים של $m$ הפונקציה תחתוך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות שונות?

ב. מצא ערך של $m$ עבורו גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה שבצד, וכתוב את משוואת הישר המתקבלת במקרה זה.

ג. הגרף שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות שונות. הראה כי אחת מהן אינה תלויה ב-$m$.

ד. עבור אלו ערכי $m$ נקודת החיתוך שתלויה ב-$m$ תהיה מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם?

**19)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x(mx+2)+4-m}{4}$, $m$ פרמטר חיובי.




א. הראה כי לכל הגרפים המייצגים את משפחת הפונקציות הנ"ל יש נקודת חיתוך עם ציר ה-$x$ שאינה תלויה ב-$m$ ומצא את נקודה זו.

ב. עבור איזה ערך של $m$ גרף הפונקציה יהיה מיוצג ע"י ישר מהצורה:

ג. הראה כי קיים תחום של $x$ אשר לא תלוי ב-$m$ ובו גרף הפונקציה נמצא תמיד מתחת לישר שמצאת בסעיף הקודם ומצא את תחום זה.

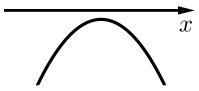
**20)** נתונה הפונקציה: $f(x)=3m^2x^2+4mx+2$.

א. הוכח כי הפונקציה נמצאת תמיד מעל לציר ה-$x$ עבור כל ערך של $m$.

ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא: $y=\frac{mx^2+2x(m+2)+m}{3m^2x^2+4mx+2}$.

מצא עבור אלו ערכי $m$ הפונקציה $y$ היא שלילית.

**21)** נתונה הפונקציה: $f(x)=mx^2+(2m+1)x-\frac{1}{4}$.




א. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה:

ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא: $y=\frac{(m^2-9)x^2+(m+3)x-1}{mx^2+(2m+1)x-\frac{1}{4}}$.

הראה כי הפונקציה $y$ חיובית בתחום שמצאת בסעיף הקודם.

ג. דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $y$ עם ציר ה-$y$ מעבירים ישר המקביל לציר ה-$x$.

i. כתוב את משוואת ישר זה.

ii. מצא עבור אלו ערכים של $m$ גרף הפונקציה חותך את הישר בנקודה שבה: $x=-9$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $m>0$ או $m<-3$ וגם $m\neq 3$ ב. $m=0\ ,\ -3$ ג. $-3<m<0$.

**2)** $-8<m\leq 0$.

**3)** $m>3\frac{2}{5}$ או $m<-3$.

**4)** $m>0$.

**5)** א. i. $m>3$ ii. אף $m$ iii. $m<3$.

ב. לא קיים מקרה בו יש למשוואה פתרון יחיד.

**6)** א. i. $m<-6\ ,\ m>6$ ii. $m=\pm 6$ iii. $m\neq 0\ ,\ -6<m<6$

ב. בשני המקרים יתקבל: $x=-\frac{1}{18}$.

**7)** א. מתקבל: $\Delta=(m+4)^2$ שתמיד אי-שלילי ובמקרה הלא-ריבועי מתקבלת משוואה עם פתרון אחד.

ב. $\frac{5m+4}{m}$, $m_{1,2}=4$.

**8)** א. $-2<m<2\ ,\ m\neq -1$ ב. $m=-1,-2$ ג. $m<-2\ ,\ m\geq 2$

ד. $-2<m<-1\ ,\ m=2$. ה. אף $m$.

**9)** א. $0\leq k<4$ ב. $k=4$.

**10)** $-26\leq k\leq -2$.

**11)** א. i. $m<-8\ ,\ m>-2\ ,\ m\neq 0$ ii. $m=0,-2,-8$ iii. $-8<m<-2$.

ב. $-8<m<-2$.

**12)** א. $k=0$ ב. לא. אין פתרון לאי-שוויון: $f(x)>g(x)$.

ג. עבור אי-השוויון של סעיף ב' מתקבל: $\Delta=4(k+3)^2$ ולכן כאשר $k=-3$ הגרפים נוגעים זה בזה בנקודה אחת.

**13)** א. הוכחה. ב. $x_{1,2}=m+1\ ,\ 1.5m+2.5$

ג. $m>0$ ד. $x_{1,2}=1\ ,\ 2.5$.

**14)** א. i. $k=5$ ii. $x=\pm 3$ ב. הוכחה.

**15)** א. $m=2,-5$ ב. $(-1,2)\ ,\ (0,0)$.

**16)** $m=14$.

**17)** א. $m=1$. כאשר: $m=-3$ נקבל גרף: $y=2x^2-2x+0.5$ המשיק לציר $x$ מימין לראשית ולכן נפסל.

ב. $k<-4\ ,\ k>8$.

**18)** א. $m>1\ ,\ m\neq 4$ ב. $m=1\ ,\ f(x)=1$ ג. הנקודה היא: $(0,1)$

ד. $m<4\ ,\ m\neq 1$.

**19)** א. הנקודה היא: $(-0.5,0)$ ב. $m=0$ ג. $-0.5<x<0.5$.

**20)** א. מתקבל: $\Delta=-8m^2$ ולכן לגרף הפרבולה אין חיתוכים כלל ומכיוון ש-A אי-שלילי הרי שמדובר בפרבולה מרחפת חיובית. במקרה הישר מתקבל ישר המקביל לציר ה-$x$ שגם כן כולו חיובי.

ב. מאחר והמכנה תמיד חיובי (ממקודם) יש לדרוש תנאים שיקיימו מונה שלילי ($a<0$ , $\Delta<0$ - עבור המונה) נקבל: $m<-1$.

**21)** א. $-1<m<-\frac{1}{4}$ ב. הוכחה. ג. i. $y=4$

ii. $m=5$ , $-1\frac{7}{9}$.

# חקירות עם קדקוד פרבולה:

## סיכום כללי:

תהא הפונקציה הריבועית: $y=ax^2+bx+c$ כאשר $a\neq 0$. נגדיר: $\Delta=b^2-4ac$.

התיאור הגרפי של הפונקציה הריבועית הוא פרבולה.

עבור $a\neq 0$ נקבל כי קדקוד הפרבולה הוא: $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

- שאלות העוסקות בקדקוד חיובי/שלילי נדרוש: $-\frac{\Delta}{4a}>0$ או $-\frac{\Delta}{4a}<0$ בהתאמה.
- שאלות העוסקות בקדקוד הנמצא מימין/משמאל לציר ה-$y$ נדרוש $-\frac{b}{2a}>0$ או $-\frac{b}{2a}<0$ בהתאמה.
- שאלות העוסקות בקדקוד שנמצא מעל/מתחת לישר $y=n$ או מימין/משמאל לישר $x=k$ נדרוש $-\frac{\Delta}{4a}\lessgtr n$ ו-$-\frac{b}{2a}\lessgtr k$ בהתאמה.
- שאלות העוסקות בקדקוד שבאחד הרביעים נדרוש $-\frac{b}{2a}\lessgtr 0$ ו-$-\frac{\Delta}{4a}\lessgtr 0$ לפי הרביע המבוקש.

## שאלות:

**1)** נתונה הפונקציה: $f(x)=(m+3)x^2+(3m+14)x+2m+7$.

א. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה-$x$ בשתי נקודות?

ב. הבע באמצעות $m$ את שיעורי קדקוד הפרבולה של גרף הפונקציה הנתונה.

ג. עבור אלו ערכי $m$ קדקוד הפרבולה יהיה וודאי מתחת לישר: $y=-4$?

ד. עבור אלו ערכי $m$ מתקיימים התנאים של סעיף א' ו-ג' יחד?

**2)** נתונה הפרבולה הבאה: $f(x)=x^2-3(m-2)x+2m^2-8m+7$.

א. הוכח את הטענות הבאות:

i. גרף הפרבולה חותך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות עבור כל ערך של $m$.

ii. קדקודי כל הפרבולות המיוצגות ע"י תבנית הפונקציה הנתונה נמצאים מתחת לציר ה-$x$.

ב. עבור איזה ערך של $m$ גרף הפרבולה יחתוך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות הנמצאות באותו מרחק מראשית הצירים?

ג. עבור ערך ה-$m$ שמצאת בסעיף הקודם מצא את נקודות החיתוך על ציר ה-$x$.

ד. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבלת בעת הצבת ערך ה-$m$ הנ"ל נמצא על ציר ה-$y$.

**3)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\left(m^2-2m-3\right)x^2+8x+0.5$.

א. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה הוא פרבולה?

ב. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה-$x$ בשתי נקודות?

ג. הבע באמצעות $m$ את שיעורי קדקוד הפרבולה.

ד. הוכח כי קדקודי כל הפרבולות נמצאים על הישר: $2y=8x+1$ עבור כל ערך של $m$ עבורו מתקבלת פרבולה.

**4)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\left(k^2-2k+15\right)x^2+kx+12$.

א. הוכח כי עבור כל ערך של $k$ גרף הפונקציה לא נוגע בציר ה-$x$ כלל.

ב. הוכח כי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית הנ"ל תמיד מעל לציר ה-$x$.

ג. עבור איזה ערך של $k$ קדקוד הפרבולה יהיה על ציר ה-$y$?

ד. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה במקרה זה.

**5)** נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\left(k^2-9\right)x^2+(k+3)x-1$.

א. עבור אלו ערכי $k$ גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה-$x$?

ב. הבע באמצעות $k$ את שיעורי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית של $f(x)$.

ג. מצא עבור אלו ערכי $k$ קדקוד הפרבולה יהיה ברביע הראשון.

ד. האם קיים ערך של $k$ עבורו קדקוד הפרבולה נמצא על ציר ה-$y$? נמק את תשובתך.

**6)** נתונה הפונקציה: $f(x)=(m^2-4)x^2+5mx+6$.

א. הראה כי הפונקציה חותכת את ציר ה-$x$ לפחות פעם אחת עבור כל ערך של $m$.

ב. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה הוא פרבולת מינימום?

ג. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבל עבור ערכי ה-$m$ שמצאת בסעיף הקודם נמצא תמיד מתחת לציר ה-$x$.

**7)** נתונה הפונקציה: $f(x)=(m^2-8m+12)x^2+(m-2)x+2$.

א. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה-$x$?

ב. עבור אלו ערכי $m$ גרף הפונקציה הוא פרבולה מרחפת חיובית שקדקודה משמאל לישר: $x=-\frac{1}{2}$.

ג. האם ייתכן כי גרף הפונקציה יכול להיות פרבולת מקסימום שקדקודה הוא משמאל לישר: $x=-\frac{1}{2}$? נמק והראה חישוב מתאים.

**8)** נתונות הפונקציות הבאות: $f(x)=(m^2-4)x^2+2x+1$ , $g(x)=(m+2)x^2+(5-m)x+3$.

א. ענה על השאלות הבאות:

i. מצא ערך של $m$ עבורו הגרפים משיקים זה לזה.

ii. מצא ערך של $m$ עבורו הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.

iii. הסבר מדוע בכל מקרה התקבל ערך $m$ שונה.

ב. עבור אלו ערכי $m$ הגרפים של הפונקציות הם פרבולות מינימום המקיימות שקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י הפונקציה $f(x)$ נמצא מימין לקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י $g(x)$?

**9)** נתונות הפונקציות הבאות: $f(x)=(m^2-9)x^2+7x+5$ , $g(x)=(m-3)x^2+(4m-3)x+1$.

א. עבור אלו ערכי $m$ הגרפים נחתכים בשתי נקודות שונות?

ב. ענה על השאלות הבאות:

i. עבור איזה ערך של $m$ הגרפים הם פרבולות נוגעות זו בזו?

ii. עבור איזה ערך של $m$ הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.

iii. הסבר את ההבדל בין הערכים של $m$ שהתקבלו בחלק i ובחלק ii.

ג. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.

ד. עבור אלו ערכי $m$ הסכום של שיעורי ה-$x$ של נקודות קדקודי הפרבולות של שתי הפונקציות יהיה קטן מ-1?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $m\neq -3\ ,\ m>-4\ ,\ m<-28$ ב. $\left(\frac{-3m-14}{2m+6},\frac{-m^2-32m-112}{4m+12}\right)$

ג. $m>-3$ ד. $m>-3$.

**2)** א. i. מתקבל: $\Delta=m^2-4m+8$ שחיובי תמיד.

ii שיעור ה-$y$ של הקדקוד הוא: $-\frac{\Delta}{4}$ אשר שלילי תמיד. ב. $m=2$

ג. $(\pm 1,0)$ ד. הקדקוד: $(0,-1)$.

**3)** א. $m\neq -1,3$ ב. $-5<m<7\ ,\ m\neq -1,3$ ג. $\left(\frac{-4}{m^2-2m-3},\frac{m^2-2m-35}{2\left(m^2-2m-3\right)}\right)$

ד. יש להציב את הקדקוד בישר ולקבל שוויון אמת.

**4)** א. המקדם $a$ תמיד חיובי ומתקבל: $\Delta=-47k^2+96k-720$ שתמיד שלילי.

מכאן שמדובר בפרבולה מרחפת עבור כל $k$. ג. $k=0$ ד. $(0,12)$

**5)** א. $-3\le k<1.8$ ב. $\left(\frac{1}{2(3-k)},\frac{9-5k}{4(k-3)}\right)$ ג. $1.8<k<3$.

ד. לא. מכיוון שלא קיים ערך של $k$ עבורו שיעור ה-$x$ של קדקוד הפרבולה יהיה אפס.

**6)** א. מתקבל: $\Delta=m^2+96$ המעיד כי תמיד יש לפונקציה שני חיתוכים וכאשר $m=\pm 2$ מתקבלים שני ישרים החותכים את ציר ה-$x$. ב. $m<-2\ ,\ m>2$.

**7)** א. $m\le 2\ ,\ m>6\frac{4}{7}$. ב. $6\frac{4}{7}<m<7$. ג. לא.

**8)** א. i. $m=-1\frac{4}{9}$ ii. $m=-2$ iii. במקרה i מדובר בפרבולות אשר

יכולות להשיק ובמקרה ii מדובר בשני ישרים אשר רק נחתכים. ב. $3<m<4$.

**9)** א. $m\neq 3,-2\ ,\ m<3\frac{1}{16}$ ב. i. $m=3\frac{1}{16}$ ii. $m=3,-2$

iii. במקרה i מדובר במשוואה ריבועית ובנקודת השקה, ובמקרה ii מדובר במשוואה ליניארית ובנקודת חיתוך.

ג. עבור $m=-2$ מתקבלת: $\left(-\frac{2}{9},3\frac{16}{81}\right)$, עבור: $m=3$ מתקבלת: $(2,19)$.

ד. $m>3\ ,\ -2.72<m<1.22\ ,\ m<-3$.