

# מתמטיקה למדעים

פרק 5 - חקירת משוואה ממעלה שנייה

תוכן העניינים

1. פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר..... 1
2. חקירה של משוואה ממעלה שנייה..... 2
3. חקירות עם קדקוד פרבולה..... 11

## פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר:

### סיכום כללי:

משוואות מהצורה:  $ax^2 + bx + c = 0$  המכילות פרמטר כלשהו,  $m$ , המגולם בתוך הביטויים של המקדמים  $a$ ,  $b$  ו- $c$  נקראות משוואות עם פרמטר. פתרון של משוואה עם פרמטר יתבצע באופן רגיל, אך יכול להכיל את הפרמטר.

### שאלות:

(1) פתור את המשוואה:  $x^2 + mx - 12m^2 = 0$ .

(2) פתור את המשוואה:  $2x^2 + 5m^2 = (11m + 1)x - 5m$ .

### תשובות סופיות:

(1)  $x_1 = 3m, x_2 = -4m$

(2)  $x_1 = 5m, x_2 = \frac{m+1}{2}$

## חקירה של משוואה ממעלה שנייה:

### סיכום כללי:

#### המשוואה הריבועית:

תהא המשוואה הריבועית:  $ax^2 + bx + c = 0$  כאשר  $a \neq 0$ .  
 נגדיר:  $\Delta = b^2 - 4ac$  ונאמר כי:

- למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים אם:  $\Delta > 0$ .
- למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד אם:  $\Delta = 0$ .
- למשוואה לא יהיו שני פתרונות ממשיים כלל אם:  $\Delta < 0$ .

אם  $a = 0$  תתקבל משוואה ליניארית מהצורה:  $bx + c = 0$ .

- למשוואה זו יהיה פתרון ממשי אחד אם  $b \neq 0$ .
- למשוואה לא יהיו פתרונות כלל אם:  $b = 0$  ו-  $c \neq 0$ .

אם  $b = 0$  וגם  $c = 0$  למשוואה יהיו אינסוף פתרונות ממשיים.

#### הפונקציה הריבועית:

תהא הפונקציה הריבועית:  $y = ax^2 + bx + c$  כאשר  $a \neq 0$ .  
 נגדיר:  $\Delta = b^2 - 4ac$  ונאמר כי לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  באופן הבא:

- אם  $a > 0$  תתקבל פרבולה ישרה (מחייכת):
  - עבור  $\Delta > 0$  הפרבולה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.
  - עבור  $\Delta = 0$  הפרבולה תשיק לציר ה- $x$  (חיתוך בנקודה אחת).
  - עבור  $\Delta < 0$  הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה- $x$  כלל).
- אם  $a < 0$  תתקבל פרבולה הפוכה (עצובה):
  - עבור  $\Delta > 0$  הפרבולה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.
  - עבור  $\Delta = 0$  הפרבולה תשיק לציר ה- $x$  (חיתוך בנקודה אחת).
  - עבור  $\Delta < 0$  הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה- $x$  כלל).

- אם  $a=0$  תתקבל פונקציה ליניארית:  $y = bx + c$  ולה:

○ עבור  $b > 0$  יתקבל ישר עולה החותך את ציר ה- $x$  ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$ .

○ עבור  $b < 0$  יתקבל יורד עולה החותך את ציר ה- $x$  ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$ .

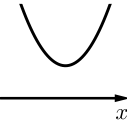
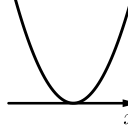
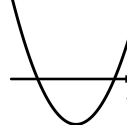
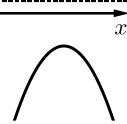
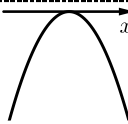
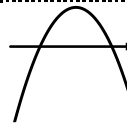
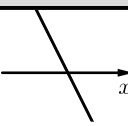
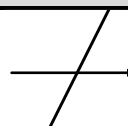
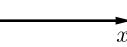
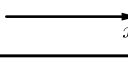
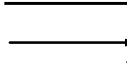
- אם  $b=0$  יתקבל ישר  $y=c$  וכעת:

○ אם  $c > 0$  הישר כולו מעל לציר ה- $x$  ומקביל לו.

○ אם  $c < 0$  הישר כולו מתחת לציר ה- $x$  ומקביל לו.

○ אם  $c=0$  הישר מתלכד עם ציר ה- $x$ .

ניתן לסכם את כל המקרים באופן הבא:

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	תנאים	פירוט מילולי	
			$a > 0$	תיאור גרפי של $y = ax^2 + bx + c$ עבור $a \neq 0$	
			$a < 0$		
		$b < 0$	$b > 0$		
				$a = 0$ $b \neq 0$	תיאור גרפי של כאשר $y = bx + c$ $a = 0$ ו- $b \neq 0$
$c = 0$	$c < 0$	$c > 0$			
			$a = 0$ $b = 0$	תיאור גרפי של $y = c$ כאשר $a = 0$ ו- $b = 0$	

## שאלות:

- (1) נתונה המשוואה:  $(3-m)x^2 + 4mx - 2m = 0$ ,  $(m \neq 3)$ . מצא לאלו ערכי  $m$  למשוואה:  
 א. שני פתרונות ממשיים שונים.  
 ב. פתרון ממשי אחד.  
 ג. אין פתרונות ממשיים כלל.
- (2) נתונה הפונקציה:  $y = 2mx^2 + mx - 1$ . מצא לאלו ערכי  $m$  הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- $x$ .
- (3) נתונה הפונקציה:  $y = (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + 4$ ,  $(m \neq \pm 3)$ . מצא לאלו ערכי  $m$  הפונקציה נמצאת מעל ציר ה- $x$  לכל ערך של  $x$ .
- (4) נתון אי השוויון:  $mx^2 > (m + 4)(x - 1) - x^2$ . מצא לאלו ערכי  $m$  אי השוויון מתקיים לכל ערך של  $x$ .
- (5) נתונה המשוואה הבאה:  $-m(x-1)^2 + 2(m+16) = x(6-x(2m-3)) + 1$ .  
 א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 i. שני פתרונות ממשיים שונים.  
 ii. פתרון ממשי אחד.  
 iii. אף פתרון ממשי.  
 ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- $m$  המתאימים במידה והוא קיים.
- (6) נתונה המשוואה הבאה:  $m^2x(9x+1)+1=0$ . מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשוואה:  
 i. שני פתרונות ממשיים שונים.  
 ii. פתרון ממשי אחד.  
 iii. אף פתרון ממשי.  
 ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- $m$  המתאימים במידה והוא קיים.

(7) נתונה המשוואה:  $mx^2 - (9m+4)x + 20m+16 = 0$ .

- א. הראה שעבור כל ערך של  $m$  יש למשוואה לפחות פתרון ממשי אחד.  
 ב. פתור את משוואה והראה כי אחד השורשים הוא מספר קבוע שאינו תלוי ב- $m$ .

(8) לפניך הפונקציה הבאה:  $f(x) = (m^2 - m - 2)x^2 + 2(m - 2)x + 4$ .  
 ענה על השאלות הבאות:

- א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות?  
 ב. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודת אחת בלבד?  
 ג. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה לא חותך את ציר ה- $x$  כלל?  
 ד. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה חיובי לכל ערך של  $x$ ?  
 ה. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה שלילי לכל ערך של  $x$ ?

(9) נתונה הפונקציה:  $f(x) = kx^2 - 5kx + 6k + 1$ .

- א. עבור אלו ערכי  $k$  גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה- $x$ ?  
 ב. עבור איזה ערך של  $k$  יתקבל גרף פרבולה הנוגעת בציר ה- $x$ ?

(10) עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה:  $f(x) = (k^2 - 5k - 6)x^2 + (2 - 3k)x + 2$   
 הוא אי-שלילי לכל ערך של  $x$ ?

(11) נתונות הפונקציות:  $f(x) = x^2 + 4x + 2m + 2$  ו-  $g(x) = (1 - m)x^2 - 3mx - 1.5$ .

- א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  נחתכים הגרפים של הפונקציות:  
 i. בשתי נקודות שונות.  
 ii. בנקודה אחת בלבד.  
 iii. באף נקודה.  
 ב. מצא לאלו ערכי  $m$  יהיה גרף הפונקציה  $f(x)$  כולו מתחת לגרף הפונקציה  $g(x)$ .

**(12)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2kx^2 + 6kx + 8k + 2$ .

א. עבור איזה ערך של  $k$  גרף הפונקציה יהיה ישר העובר ברביעים הראשון והשני בלבד?

מגדירים פונקציה נוספת:  $g(x) = kx^2 - 6x - 10$ .

ב. האם קיימים ערכי  $k$  עבורם גרף הפונקציה  $f(x)$  הוא מעל גרף

הפונקציה  $g(x)$  לכל  $x$ ? הראה חישוב מתאים.

ג. הוכח כי קיים ערך של  $k$  עבורו גרפים של שתי הפונקציות משיקים זה לזה ומצא אותו.

**(13)** נתונה הפונקציה הריבועית:  $f(x) = 2x^2 - (5m+7)x + 3m^2 + 8m + 5$ .

א. הראה כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  לפחות פעם אחת לכל ערך של  $m$ .

ב. מצא את שורשי הפונקציה.

ג. עבור אלו ערכי  $m$  סכום השורשים גדול מ-3.5.

ד. מהם שורשי הפונקציה כאשר:  $m = 0$ ?

**(14)** נתונה המשוואה הבאה:  $(k+1)x^2 + (k^2 - 4k - 5)x - 54 = 0$ .

א. ענה על שני החלקים הבאים:

i. עבור אלו ערכי  $k$  יהיו פתרונות המשוואה שני מספרים נגדיים?

ii. מהם פתרונות המשוואה עבור ערכי ה- $k$  שמצאת?

ב. הראה כי לא קיים ערך של  $k$  עבורו פתרונות המשוואה:

$$(k-4)x^2 + (6k - k^2 - 8)x + 5k - 10 = 0$$

הם מספרים נגדיים.

**(15)** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = mx^2 + (m-2)x + m^2 + 3m - 10$ .

א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את נקודות החיתוך שבין הגרפים המתקבלים עבור כל ערכי ה- $m$  שמצאת בסעיף א'.

**(16)** מצא עבור אלו ערכי  $m$  למשוואה:  $(4-m)x^2 + (m+2)x + m^2 - 12m - 28 = 0$

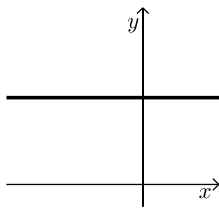
יהיו שני פתרונות ממשיים שונים שאחד מהם הוא אפס.

17 נתונה משפחת הפרבולות הבאה:  $f(x) = 2x^2 + (m+1)x + m^2 + 2m - 2.5$ .



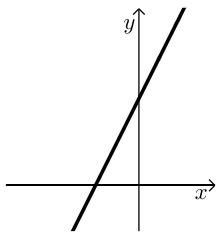
- א. מצא ערך של  $m$  עבורו גרף הפרבולה השייכת למשפחת הפונקציות הנ"ל היא מהצורה:
- ב. עבור ערך ה- $m$  שמצאת בסעיף הקודם מצא את התחום של  $k$  עבורו יהיה לגרף הפרבולה ולישר  $y = kx - 4$  שתי נקודות חיתוך.

18 נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = (m^2 - 5m + 4)x^2 + (2m - 2)x + 1$ .



- א. עבור אלו ערכים של  $m$  הפונקציה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות?
- ב. מצא ערך של  $m$  עבורו גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה שבצד, וכתוב את משוואת הישר המתקבלת במקרה זה.
- ג. הגרף שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות שונות. הראה כי אחת מהן אינה תלויה ב- $m$ .
- ד. עבור אלו ערכי  $m$  נקודת החיתוך שתלויה ב- $m$  תהיה מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם?

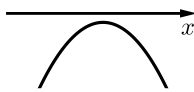
19 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4x(mx+2)+4-m}{4}$ ,  $m$  פרמטר חיובי.



- א. הראה כי לכל הגרפים המייצגים את משפחת הפונקציות הנ"ל יש נקודת חיתוך עם ציר ה- $x$  שאינה תלויה ב- $m$  ומצא את נקודה זו.
- ב. עבור איזה ערך של  $m$  גרף הפונקציה יהיה מיוצג ע"י ישר מהצורה:
- ג. הראה כי קיים תחום של  $x$  אשר לא תלוי ב- $m$  ובו גרף הפונקציה נמצא תמיד מתחת לישר שמצאת בסעיף הקודם ומצא את תחום זה.

20 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3m^2x^2 + 4mx + 2$ .

- א. הוכח כי הפונקציה נמצאת תמיד מעל לציר ה- $x$  עבור כל ערך של  $m$ .
- ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא:  $y = \frac{mx^2 + 2x(m+2) + m}{3m^2x^2 + 4mx + 2}$ . מצא עבור אלו ערכי  $m$  הפונקציה  $y$  היא שלילית.



**(21)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = mx^2 + (2m+1)x - \frac{1}{4}$ .

א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה:

ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא:  $y = \frac{(m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x - 1}{mx^2 + (2m + 1)x - \frac{1}{4}}$ .

הראה כי הפונקציה  $y$  חיובית בתחום שמצאת בסעיף הקודם.

ג. דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $y$  עם ציר ה- $y$  מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$ .

i. כתוב את משוואת ישר זה.

ii. מצא עבור אלו ערכים של  $m$  גרף הפונקציה חותך את הישר

בנקודה שבה:  $x = -9$ .

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $m > 0$  או  $m < -3$  וגם  $m \neq 3$     ב.  $m = 0, -3$     ג.  $-3 < m < 0$ .
- (2)  $-8 < m \leq 0$
- (3)  $m < -3$  או  $m > 3\frac{2}{5}$
- (4)  $m > 0$
- (5) א. i.  $m > 3$     ii. אף  $m$     iii.  $m < 3$
- ב. לא קיים מקרה בו יש למשוואה פתרון יחיד.
- (6) א. i.  $m < -6, m > 6$     ii.  $m = \pm 6$     iii.  $m \neq 0, -6 < m < 6$
- ב. בשני המקרים יתקבל:  $x = -\frac{1}{18}$
- (7) א. מתקבל:  $\Delta = (m+4)^2$  שתמיד אי-שלילי ובמקרה הלא-ריבועי מתקבלת משוואה עם פתרון אחד.
- ב.  $m_{1,2} = 4, \frac{5m+4}{m}$
- (8) א.  $m \neq -1, -2 < m < 2$     ב.  $m = -1, -2$     ג.  $m < -2, m \geq 2$
- ד.  $m = 2, -2 < m < -1$     ה. אף  $m$
- (9) א.  $0 \leq k < 4$     ב.  $k = 4$
- (10)  $-26 \leq k \leq -2$
- (11) א. i.  $m < -8, m > -2, m \neq 0$     ii.  $m = 0, -2, -8$     iii.  $-8 < m < -2$
- ב.  $-8 < m < -2$
- (12) א.  $k = 0$     ב. לא. אין פתרון לאי-שוויון:  $f(x) > g(x)$
- ג. עבור אי-השוויון של סעיף ב' מתקבל:  $\Delta = 4(k+3)^2$  ולכן כאשר  $k = -3$  הגרפים נוגעים זה בזה בנקודה אחת.
- (13) א. הוכחה.    ב.  $x_{1,2} = m+1, 1.5m+2.5$
- ג.  $m > 0$     ד.  $x_{1,2} = 1, 2.5$
- (14) א. i.  $k = 5$     ii.  $x = \pm 3$     ב. הוכחה.
- (15) א.  $m = 2, -5$     ב.  $(0,0), (-1,2)$
- (16)  $m = 14$
- (17) א.  $m = 1$ . כאשר:  $m = -3$  נקבל גרף:  $y = 2x^2 - 2x + 0.5$  המשיק לציר  $x$  מימין לראשית ולכן נפסל.    ב.  $k < -4, k > 8$
- (18) א.  $m > 1, m \neq 4$     ב.  $f(x) = 1, m = 1$     ג. הנקודה היא:  $(0,1)$
- ד.  $m \neq 1, m < 4$
- (19) א. הנקודה היא:  $(-0.5, 0)$     ב.  $m = 0$     ג.  $-0.5 < x < 0.5$

**(20)** א. מתקבל:  $\Delta = -8m^2$  ולכן לגרף הפרבולה אין חיתוכים כלל ומכיוון ש-A אי-שלילי הרי שמדובר בפרבולה מרחפת חיובית. במקרה הישר מתקבל ישר המקביל לציר ה- $x$  שגם כן כולו חיובי.  
 ב. מאחר והמכנה תמיד חיובי (ממקודם) יש לדרוש תנאים שיקיימו מונה שלילי ( $\Delta < 0, a < 0$  - עבור המונה) נקבל:  $m < -1$ .

**(21)** א.  $-1 < m < -\frac{1}{4}$       ב. הוכחה.      ג. i.  $y = 4$

ii.  $m = 5, -1\frac{7}{9}$

## חקירות עם קדקוד פרבולה:

### סיכום כללי:

תהא הפונקציה הריבועית:  $y = ax^2 + bx + c$  כאשר  $a \neq 0$ . נגדיר:  $\Delta = b^2 - 4ac$ .  
 התיאור הגרפי של הפונקציה הריבועית הוא פרבולה.

עבור  $a \neq 0$  נקבל כי קדקוד הפרבולה הוא:  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

• שאלות העוסקות בקדקוד חיובי/שלילי נדרוש:  $-\frac{\Delta}{4a} > 0$  או  $-\frac{\Delta}{4a} < 0$  בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד הנמצא מימין/משמאל לציר ה- $y$  נדרוש  $-\frac{b}{2a} > 0$

או  $-\frac{b}{2a} < 0$  בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד שנמצא מעל/מתחת לישר  $y = n$  או מימין/משמאל

לישר  $x = k$  נדרוש  $-\frac{\Delta}{4a} > n$  ו-  $-\frac{b}{2a} > k$  בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד שבאחד הרביעים נדרוש  $-\frac{b}{2a} > 0$  ו-  $-\frac{\Delta}{4a} > 0$

לפי הרביע המבוקש.

### שאלות:

(1) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m+3)x^2 + (3m+14)x + 2m+7$ .

א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות?

ב. הבע באמצעות  $m$  את שיעורי קדקוד הפרבולה של גרף הפונקציה הנתונה.

ג. עבור אלו ערכי  $m$  קדקוד הפרבולה יהיה וודאי מתחת לישר:  $y = -4$ ?

ד. עבור אלו ערכי  $m$  מתקיימים התנאים של סעיף א' ו-ג' יחד?

$$(2) \quad \text{נתונה הפרבולה הבאה: } f(x) = x^2 - 3(m-2)x + 2m^2 - 8m + 7.$$

- א. הוכח את הטענות הבאות:
- גרף הפרבולה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות עבור כל ערך של  $m$ .
  - קדקודי כל הפרבולות המיוצגות ע"י תבנית הפונקציה הנתונה נמצאים מתחת לציר ה- $x$ .
- ב. עבור איזה ערך של  $m$  גרף הפרבולה יחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות הנמצאות באותו מרחק מראשית הצירים?
- ג. עבור ערך ה- $m$  שמצאת בסעיף הקודם מצא את נקודות החיתוך על ציר ה- $x$ .
- ד. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבלת בעת הצבת ערך ה- $m$  הנ"ל נמצא על ציר ה- $y$ .

$$(3) \quad \text{נתונה הפונקציה: } f(x) = (m^2 - 2m - 3)x^2 + 8x + 0.5.$$

- א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה?
- ב. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות?
- ג. הבע באמצעות  $m$  את שיעורי קדקוד הפרבולה.
- ד. הוכח כי קדקודי כל הפרבולות נמצאים על הישר:  $2y = 8x + 1$  עבור כל ערך של  $m$  עבורו מתקבלת פרבולה.

$$(4) \quad \text{נתונה הפונקציה: } f(x) = (k^2 - 2k + 15)x^2 + kx + 12.$$

- א. הוכח כי עבור כל ערך של  $k$  גרף הפונקציה לא נוגע בציר ה- $x$  כלל.
- ב. הוכח כי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית הנ"ל תמיד מעל לציר ה- $x$ .
- ג. עבור איזה ערך של  $k$  קדקוד הפרבולה יהיה על ציר ה- $y$ ?
- ד. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה במקרה זה.

$$(5) \quad \text{נתונה הפונקציה הבאה: } f(x) = (k^2 - 9)x^2 + (k + 3)x - 1.$$

- א. עבור אלו ערכי  $k$  גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- $x$ ?
- ב. הבע באמצעות  $k$  את שיעורי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית של  $f(x)$ .
- ג. מצא עבור אלו ערכי  $k$  קדקוד הפרבולה יהיה ברביע הראשון.
- ד. האם קיים ערך של  $k$  עבורו קדקוד הפרבולה נמצא על ציר ה- $y$ ? נמק את תשובתך.

6 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 5mx + 6$ .

- א. הראה כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  לפחות פעם אחת עבור כל ערך של  $m$ .  
 ב. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולת מינימום?  
 ג. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבל עבור ערכי ה- $m$  שמצאת בסעיף הקודם נמצא תמיד מתחת לציר ה- $x$ .

7 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m^2 - 8m + 12)x^2 + (m - 2)x + 2$ .

- א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה- $x$ ?  
 ב. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה מרחפת חיובית שקדקודה משמאל לישר:  $x = -\frac{1}{2}$ .  
 ג. האם ייתכן כי גרף הפונקציה יכול להיות פרבולת מקסימום שקדקודה הוא משמאל לישר:  $x = -\frac{1}{2}$ ? נמק והראה חישוב מתאים.

8 נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 2x + 1$ ,  $g(x) = (m + 2)x^2 + (5 - m)x + 3$ .

- א. ענה על השאלות הבאות:  
 i. מצא ערך של  $m$  עבורו הגרפים משיקים זה לזה.  
 ii. מצא ערך של  $m$  עבורו הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.  
 iii. הסבר מדוע בכל מקרה התקבל ערך  $m$  שונה.  
 ב. עבור אלו ערכי  $m$  הגרפים של הפונקציות הם פרבולות מינימום המקיימות שקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י הפונקציה  $f(x)$  נמצא מימין לקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י  $g(x)$ ?

9 נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = (m^2 - 9)x^2 + 7x + 5$ ,  $g(x) = (m - 3)x^2 + (4m - 3)x + 1$ .

- א. עבור אלו ערכי  $m$  הגרפים נחתכים בשתי נקודות שונות?  
 ב. ענה על השאלות הבאות:  
 i. עבור איזה ערך של  $m$  הגרפים הם פרבולות נוגעות זו בזו?  
 ii. עבור איזה ערך של  $m$  הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.  
 iii. הסבר את ההבדל בין הערכים של  $m$  שהתקבלו בחלק i ובחלק ii.  
 ג. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.  
 ד. עבור אלו ערכי  $m$  הסכום של שיעורי ה- $x$  של נקודות קדקודי הפרבולות של שתי הפונקציות יהיה קטן מ-1?

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $m < -28$  ,  $m > -4$  ,  $m \neq -3$  . ב.  $\left( \frac{-3m-14}{2m+6}, \frac{-m^2-32m-112}{4m+12} \right)$

ג.  $m > -3$  . ד.  $m > -3$  .

(2) א. i. מתקבל:  $\Delta = m^2 - 4m + 8$  שחיובי תמיד.

ii שיעור ה- $y$  של הקדקוד הוא:  $-\frac{\Delta}{4}$  אשר שלילי תמיד. ב.  $m = 2$

ג.  $(\pm 1, 0)$  . ד. הקדקוד:  $(0, -1)$  .

(3) א.  $m \neq 3, -1$  . ב.  $-5 < m < 7$  . ג.  $\left( \frac{-4}{m^2-2m-3}, \frac{m^2-2m-35}{2(m^2-2m-3)} \right)$

ד. יש להציב את הקדקוד בישר ולקבל שוויון אמת.

(4) א. המקדם  $a$  תמיד חיובי ומתקבל:  $\Delta = -47k^2 + 96k - 720$  שתמיד שלילי.

מכאן שמדובר בפרבולה מרחפת עבור כל  $k$  . ג.  $k = 0$  . ד.  $(0, 12)$  .

(5) א.  $-3 \leq k < 1.8$  . ב.  $\left( \frac{1}{2(3-k)}, \frac{9-5k}{4(k-3)} \right)$  . ג.  $1.8 < k < 3$  .

ד. לא. מכיוון שלא קיים ערך של  $k$  עבורו שיעור ה- $x$  של קדקוד הפרבולה יהיה אפס.

(6) א. מתקבל:  $\Delta = m^2 + 96$  המעיד כי תמיד יש לפונקציה שני חיתוכים וכאשר  $m = \pm 2$

מתקבלים שני ישרים החותכים את ציר ה- $x$  . ב.  $m < -2$  ,  $m > 2$  .

(7) א.  $m \leq 2$  ,  $m > 6\frac{4}{7}$  . ב.  $6\frac{4}{7} < m < 7$  . ג. לא.

(8) א. i.  $m = -1\frac{4}{9}$  . ii.  $m = -2$  . iii. במקרה i מדובר בפרבולות אשר

יכולות להשיק ובמקרה ii מדובר בשני ישרים אשר רק נחתכים. ב.  $3 < m < 4$  .

(9) א.  $m \neq 3, -2$  ,  $m < 3\frac{1}{16}$  . ב. i.  $m = 3\frac{1}{16}$  . ii.  $m = 3, -2$  .

iii. במקרה i מדובר במשוואה ריבועית ובנקודת השקה, ובמקרה ii מדובר במשוואה ליניארית ובנקודת חיתוך.

ג. עבור  $m = -2$  מתקבלת:  $\left( -\frac{2}{9}, 3\frac{16}{81} \right)$  , עבור:  $m = 3$  מתקבלת:  $(2, 19)$  .

ד.  $m < -3$  ,  $-2.72 < m < 1.22$  ,  $m > 3$  .