חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 1

פרק 9 - חישוב נגזרת של פונקציות מיוחדות

תוכן העניינים

נגזרת הפונקציה ההפוכה

שאלות

הוכיחו, בעזרת כלל הנגזרת של הפונקציה ההפוכה, את הנוסחאות הבאות:

1) $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

2) $\left(\arcsin x\right)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3) $\left(\arctan x\right)'=\frac{1}{1+x^2}$

לתשובות מלאות בסרטוני וידאו היכנסו לאתר GooL.co.il

נגזרת מסדר גבוה

שאלות

חשבו את הנגזרת ה- n, $f^{(n)}(x)$, של הפונקציות הבאות:

1) $y=\frac{1}{x+a}$

2) $y=\frac{2x+3}{x^2-3x+2}$

3) $y=\frac{x}{\left(x^2-1\right)\left(x-2\right)}$

4) $y=\frac{x^4}{x^2-1}$

תשובות סופיות

1) $y^{(n)}=(-1)^n\cdot n!\cdot(x+a)^{-n-1}$

2) $y^{(n)}=(-1)^n\cdot n!\cdot\left(-5(x-1)^{-n-1}+7(x-2)^{-n-1}\right)$

3) $y^{(n)}=(-1)^n\cdot n!\cdot\left(-\frac{1}{2}(x-1)^{-n-1}-\frac{1}{6}(x+1)^{-n-1}+\frac{2}{3}(x-2)^{-n-1}\right)$

4) $y'=2x-\frac{1}{2}\left((x-1)^{-2}-(x+1)^{-2}\right)\ ,\ y''=2+\left((x-1)^{-3}-(x+1)^{-3}\right)$

$y^{(n)}=\frac{1}{2}(-1)^n\cdot n!\cdot\left((x-1)^{-n-1}-(x+1)^{-n-1}\right),(n>2)$

נוסחת לייבניץ

שאלות

חשבו את הנגזרת העשירית , $y^{(10)}$, של הפונקציות הבאות :

1) $y=x^3e^x$

2) $y=x^3\sin 5x$

תשובות סופיות

1) $\left(e^x\cdot x^3\right)^{(10)}=e^x\left[x^3+103x^2+456x+120\cdot 6\right]$

2) $\left(\sin 5x\cdot x^3\right)^{(10)}=-5^{10}x^3\sin 5x+6\cdot 5^{10}x^2\cos 5x+54\cdot 5^9x\sin 5x-24\cdot 5^9\cos 5x$

גזירה פרמטרית

שאלה

1) חשבו את הנגזרות הראשונה והשנייה של הפונקציה הבאה,
הנתונה בצורה פרמטרית $\begin{cases} x(t) = t - \sin t \\ y(t) = t\cos t \end{cases}$.

תשובה

1) $y' = \dfrac{\cos t - \sin t \cdot t}{1-\cos t}$, $y'' = \dfrac{(-t\cos t - 2\sin t)(1-\cos t) - \sin t(\cos t - t\sin t)}{(1-\cos t)^3}$