

# מכינה במתמטיקה

פרק 56 - חישוב נגזרת של פונקציה סתומה

תוכן העניינים

1. גזירה סתומה ..... 1

## גזירה סתומה

### שאלות

- (1) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^2 + y^5 - 1 = 1$ .
- (2) גזרו את הפונקציה הסתומה  $4 \ln x + 10 \ln y = y^2$ .
- (3) גזרו את הפונקציה הסתומה  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ .
- (4) נתונה הפונקציה הסתומה הבאה  $e^{y^2-4x} + x^2 y^3 = \sin(y-2x) + 4y + 1$  חשבו את  $y'$  בנקודה  $(1,2)$ .
- (5) נתונה הפונקציה הסתומה הבאה  $\sqrt{4x+y^3} + \cos^2(xy) = \ln(x^2 y + 1) + \ln e^3$  חשבו את  $y'$  בנקודה בה  $y = 0$ .
- (6) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^y - xy = 10$ .
- (7) גזרו את הפונקציה הסתומה  $x^y - y^x = 1$ .
- (8) נתונה פונקציה סתומה  $xy - y^3 + x^2 - x = 0$  מצאו את ערך  $y''$  בנקודה בה  $y = 1$ .
- (9) נתון עקום שמשוואתו  $yx^2 + e^y = x$ .  
 א. הראו שעבור  $x=1$  קיים ערך  $y$  אחד ויחיד ומצאו אותו.  
 ב. חשבו את  $y''$  בנקודה בה  $x=1$ .
- (10) נתון כי המשוואה  $h(y) - x + 1 = 2x^3 + 4e^y + 2y$ , מגדירה את  $y = y(x)$  כפונקציה סתומה של  $x$ . נתון כי  $h(y)$  גזירה ברציפות ויורדת. הוכיחו כי  $y(x)$  יורדת חזק.

## תשובות סופיות

$$5y^4 - 1 \neq 0, \quad y' = \frac{-2x}{5y^4 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{10}{y} - 2y \neq 0, \quad y' = \frac{-\frac{4}{x}}{\frac{10}{y} - 2y} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} \neq 0, \quad \sqrt{x} \neq 1, \quad y' = \frac{\sqrt{y} - 1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{y}}{1 - \sqrt{x}} \quad (3)$$

$$y'_{(1,2)} = -\frac{14}{11} \quad (4)$$

$$y'_{(1,0)} = 1 \quad (5)$$

$$x^y \cdot \ln x - x \neq 0, \quad y' = \frac{y - x^y \cdot \frac{y}{x}}{x^y \cdot \ln x - x} \quad (6)$$

$$x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y} \neq 0, \quad y' = \frac{-x^y \cdot \frac{y}{x} + y^x \cdot \ln y}{x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y}} \quad (7)$$

$$-1 \quad (8)$$

$$y''_{(1,0)} = -\frac{9}{8} \quad \text{ב.} \quad (9)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (10)$$