

פיזיקה 2C (חשמל ומגנטיות)

פרק 4 - חוק קולון-התפלגות מטען רציפה ותרגילים נוספים

תוכן העניינים

1. התפלגות מטען רציפה..... 1
2. חוק קולון וסופרפוזיציה..... 6

התפלגות מטען רציפה:

רקע:

במקרים של חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

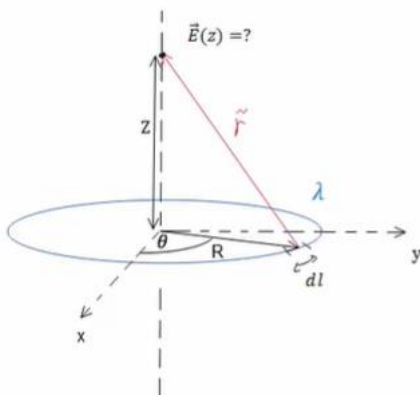
$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. יש לרשום את הביטוי של האלמנטים לפי הקואורדינטות שאיתם עובדים בבעיה (ראו נושא קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים במבוא המתמטי)

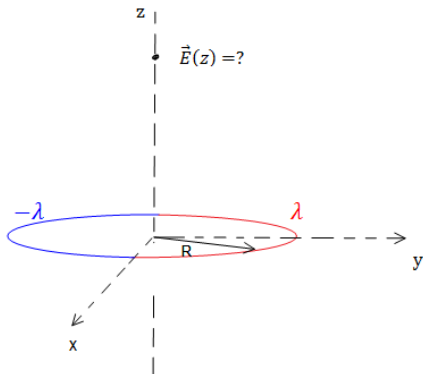
שאלות:



- (1) **התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף**
 תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחי אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R . מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

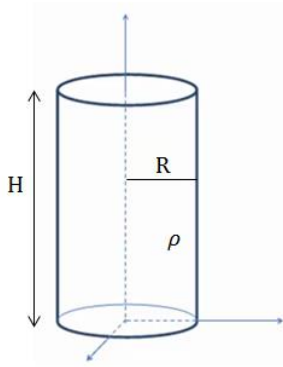


- (2) **שדה של טבעת ודיסקה**
 נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ .
 א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לציר הסימטריה של הטבעת.
 ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.



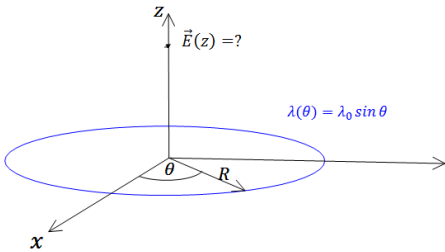
(3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R. חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$. מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.



(4) שדה של גליל מלא

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ . מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).



(5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה-x.

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$$

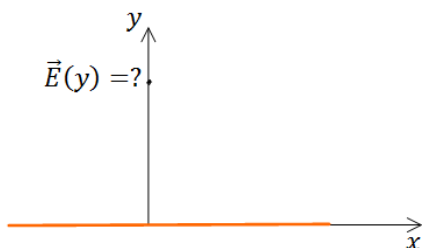
λ_0 , R קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.

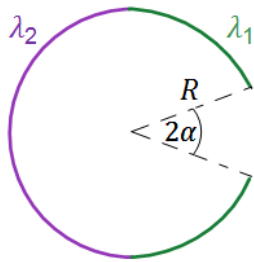
איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).



(6) שדה של תיל סופי

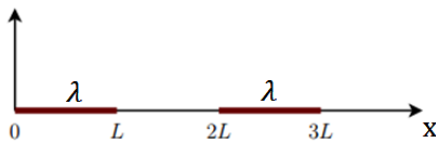
תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה. חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

(7) שדה של טבעת עם חלק חסר



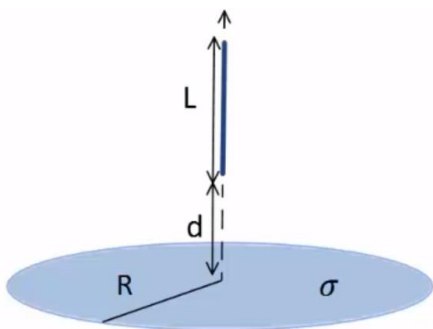
במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2 . לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α . מצא את השדה במרכז הטבעת.

(8) כוח של מוט על מוט



שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ . שני המוטות מונחים על ציר ה- x כפי שנראה בציור. מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

(9) כוח של מוט על דסקה



במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ . מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור). המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ . מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

(10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).

החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.

(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin \theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

(1) 0

$$\frac{k\lambda R\pi z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{cases} \hat{z} & z > 0 \\ -\hat{z} & z < 0 \end{cases} \quad \text{א. (2)}$$

$$2\pi k\sigma z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \quad \text{ב.}$$

$$2 \cdot \frac{-k\lambda R^2 2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{(3)}$$

$$2\pi\sigma k \quad \text{(4)}$$

$$-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3} \quad \text{ג.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ב.} \quad \text{א. 0 (5)}$$

$$\frac{kQ}{y \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{(6)}$$

$$\frac{k}{R} [\lambda_1 (2 \sin \alpha - 2) + \lambda_2 \cdot 2] \quad \text{(7)}$$

$$kx^2 \ln \left| \frac{4}{3} \right| \quad \text{(8)}$$

$$2\pi k\sigma\lambda \left[L - \left(\sqrt{R^2} + (L+d)^2 \right) - \sqrt{R^2 + d^2} \right] \quad \text{(9)}$$

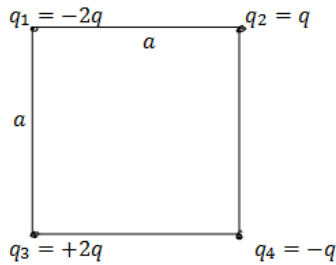
(10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב

כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F} = q\pi\sigma k \sin(2\theta) \ln 2 \cdot \hat{z}$

ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

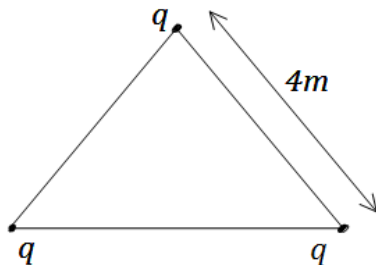
חוק קולון וסופרפוזיציה:

שאלות:



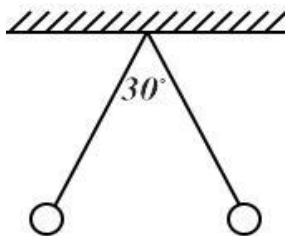
(1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט. q ו- a נתונים.



(2) מטענים בקודקודי משולש

שלושה מטענים זהים נמצאים על קודקודיו של משולש שווה צלעות. גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$. מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

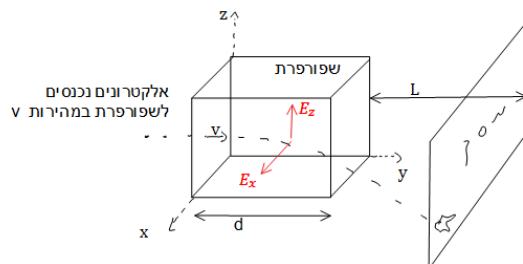


(3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L . הזווית בין החוטים היא 30 מעלות. מצא את מטען הכדורים.

(4) שפורפת טלויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפורפת במהירות V נתונה. בשפורפת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים. אורך השפורפת הוא d . חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפורפת. הנח כי $d \ll L$ וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.

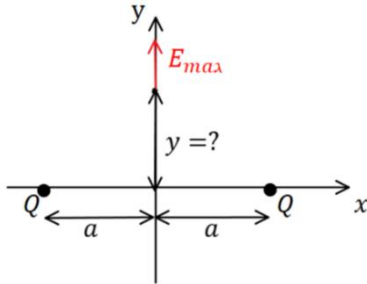


5) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$.
א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0, y)$ שבה השדה החשמלי מקסימאלי.

ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z ?



תשובות סופיות:

$$\frac{kq^2}{a^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (1)$$

$$3.897 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{mg}{k}} \tan(15^\circ) L^2 (2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

$$z \approx \frac{|e|E_z d \cdot L}{mv^2}, \frac{|e|E_x d \cdot L}{mv^2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{א.} \quad \frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{ג.} \quad (5)$$