אלקטרומגנטיות אנליטית 1

פרק 21 - חוק פאראדיי-מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק פארדיי :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

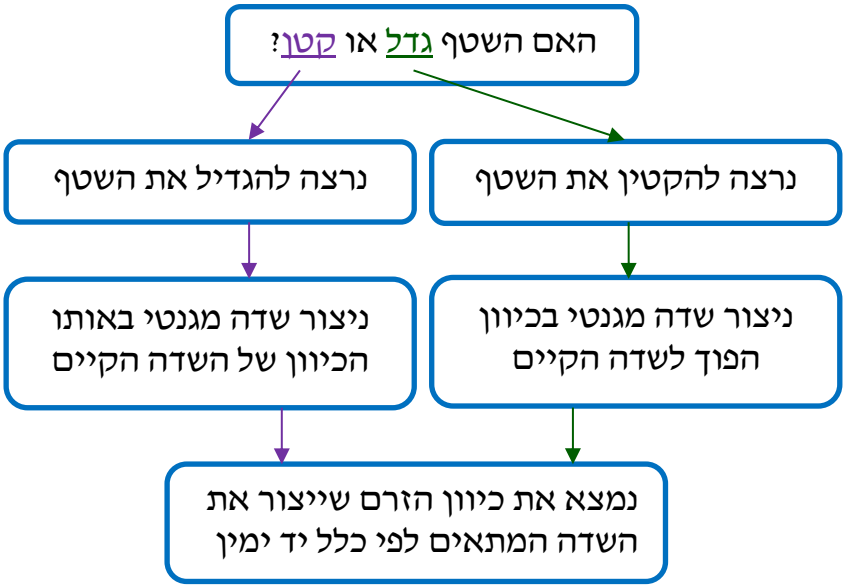
$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

הכא״מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.

בד״כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא״מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ :

הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:

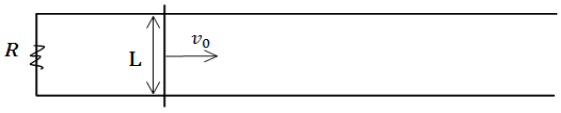
$$\varepsilon = BLv\sin\alpha$$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

שאלות:

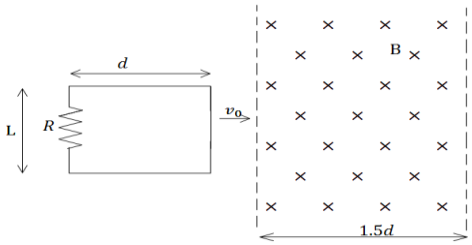
1) מוט שזז על מסילה



במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.
בתחילת המסילה נמצא נגד R.
המרחק בין פסי המסילה הוא L.
על המסילה נמצא מוט מוליך נוסף המחבר בין שני פסי המסילה, המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0.

א. מהו הכא"מ במעגל?
ב. מהו הזרם במעגל?
ג. מהו הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?
ד. מהו ההספק של הכוח החיצוני?
ה. מהו ההספק בנגד?

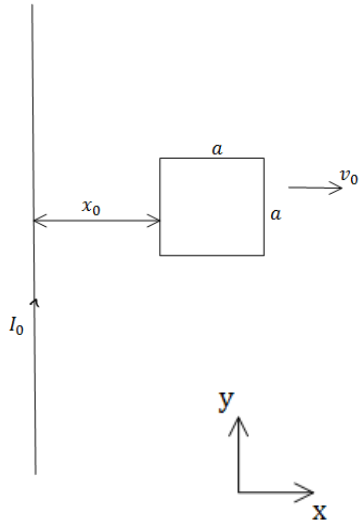
2) מסגרת נעה בתוך שדה



מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L, נעה במהירות קבועה v_0, לכיוון אזור בו שורר שדה מגנטי אחיד B.
אורך האזור הוא 1.5d ורוחבו ארוך מאוד.
למסגרת התנגדות כוללת R.
הנח כי ב- $t=0$ הצלע הימנית של המסגרת נכנסת לאזור עם השדה.

א. מצאו את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).
ב. מצאו את הזרם במסגרת, גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ג. מצאו את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת שתנוע במהירות קבועה.
ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

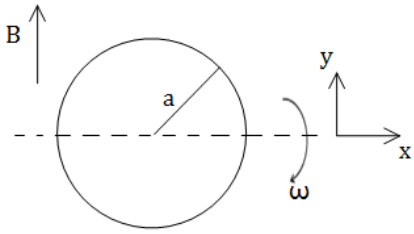
3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי



מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy.
ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x.
מיקום המסגרת ב- $t=0$ הוא x_0.
תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y.

א. מצא את הכא"מ במסגרת.
ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע שההתנגדות הכללית שלה היא R.
ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את המסגרת במהירות קבועה.

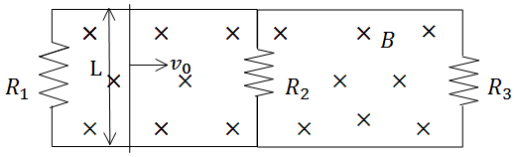
4) טבעת מסתובבת



טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy
ומתחילה להסתובב במהירות זוויתי קבועה ω
סביב ציר ה-x.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y.

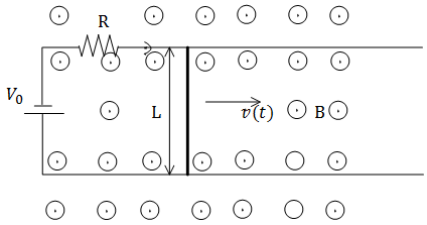
א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.
ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן לפי $B(t)=B_0\cos(\omega t)$.

5) מוט זז בתוך מעגל



מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.
בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד וקבוע לתוך הדף B.
נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B.
מצא את הזרם משני צידי המוט עבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.

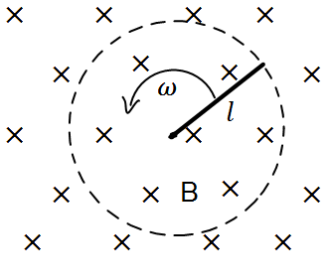
6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח



מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0 .
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא"מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.
ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.
ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.
ד. מהו הספק החום בנגד?

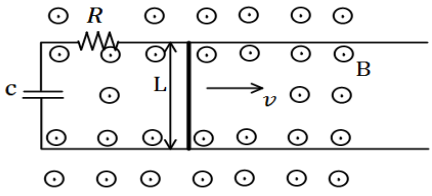
7) מוט מסתובב



מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω.
המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.
ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פארדיי.

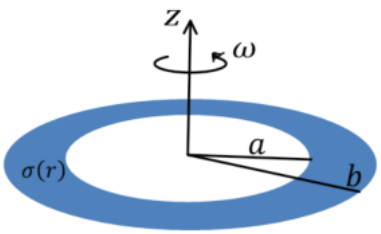
8) פארדיי עם קבל ונגד ביחד



מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?
ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).
ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).
ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

9) טבעת בתוך טבעת רחבה



טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

$$\sigma(r)=\begin{cases}0 & r<a\\ \sigma_0\dfrac{a}{r} & a\le r\le b\\ 0 & b<r\end{cases}.$$

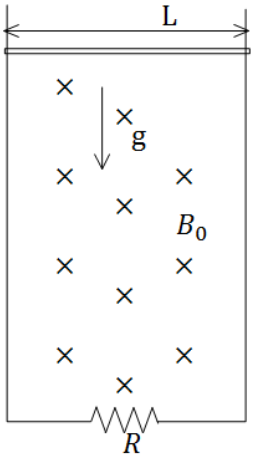
הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת.
מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega=\alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 $(r_0 \ll a)$.
חשבו את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבו את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R.

10) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף.
רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M.
התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v.

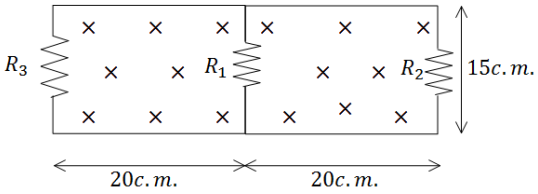
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.
מהי המהירות הסופית של המוט?

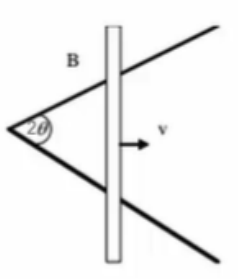
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

11) כא"מ בשני מעגלים



במעגל הבא התנגדות הנגדים היא:
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי $B = 2\frac{T}{sec} \cdot t$
אחיד לתוך הדף.
ממדי המעגל נתונים בשרטוט.
מצא את הזרם בכל נגד.

12) מוט נע על מסילות בזווית



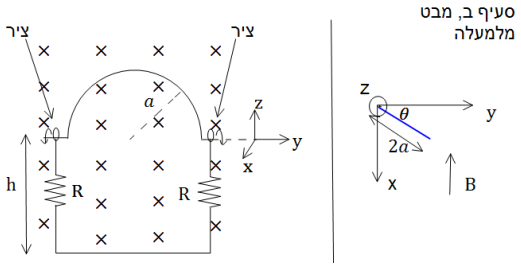
שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.
מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.
המוט נע לאורכם במהירות קבועה v, ומתחיל את תנועתו בקדקוד המשולש.
כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.

ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1, והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.

ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

13) כבל מסתובב



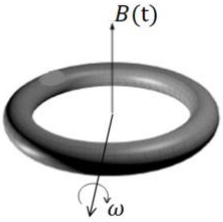
במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).
ב-$t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

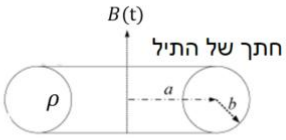
א. מהו הזרם בכבל?

ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.

ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת





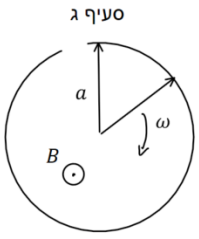
נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות מסה α והתנגדות סגולית ρ .
מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס שטח החתך שלו הוא b.
יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a
כך ש-$b << a$.
מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $B(t)$ במאונך לטבעת.
קצב השינוי של השדה הוא $\beta = \frac{dB}{dt}$.

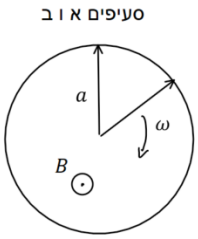
א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב-a ו-b).

ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי.
חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.
האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שעון פארדיי





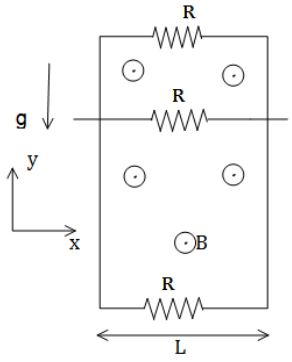
לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה ליחדת אורך היא r מחברים שני מחוגים מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R.
המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.
מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב במהירות זוויתית קבועה ω.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ.

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון (הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

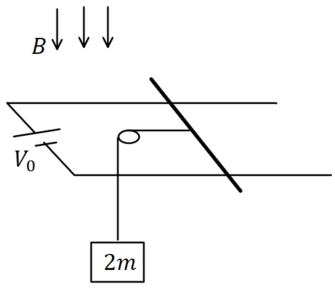
ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).
חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x. בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

17) מוט על מסילה מחובר למשקולת



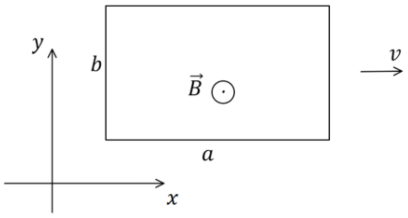
מוט מוליך בעל אורך L, מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות.
המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה.
משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.

ב. חותכים את החוט.
רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?

ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית



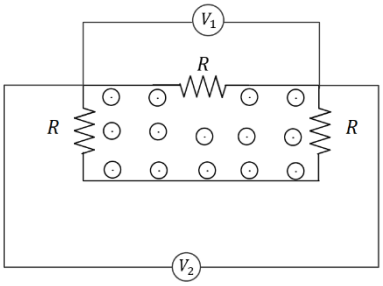
מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy. המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$.
ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$
כאשר v_0 , x_0 , α קבועים נתונים.

א. מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.

ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.

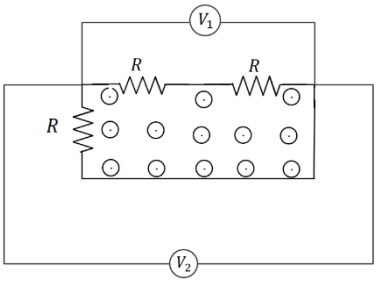
ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

19) מעגל עם פארדיי



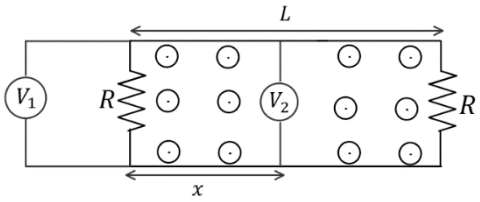
במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.
אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

20) מעגל עם פארדיי 2



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.
אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

21) מעגל עם פארדיי 3



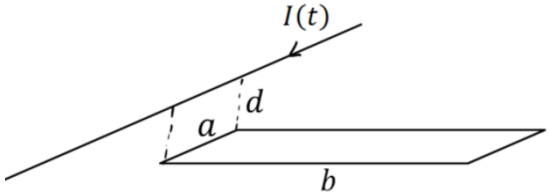
במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L. מחברים שני מדי מתח אידיאלים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי.
נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV .
מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$

22) תיל מעל מסגרת

בתיל אינסופי זורם זרם התלוי בזמן $I(t)$. התיל נמצא בגובה d מעל מסגרת מלבנית ובמקביל לאחת מצלעות המסגרת, ראו שרטוט. גודל המסגרת הוא $a \times b$ מהו השטף של השדה המגנטי דרך המסגרת כתלות ב-$I(t)$?



תשובות סופיות:

1) א. $\varepsilon=-BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{0xt}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}$ ה. $\rho_R=\frac{BLV}{R}$

2) א. $|\varepsilon|=BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B^2L^2V_0^{\,2}}{R}$

3) א. $\varepsilon=-\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0$ ב. $I=\frac{-\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0}{R}$

ג. $\left|\vec{F}\right|=F_1-F_2$

4) א. $\varepsilon=-B_0\pi a^2(-\omega)\sin(\omega t)$ ב. $\varepsilon=\omega B_0\pi a^2\sin(2\omega t)$

5) בין הראשון לשני: $I_L=I_1\ ,\ I_R=I_2+I_3$

בין השני לשלישי: $I_L=I_1+I_2\ ,\ I_R=I_3$

6) א. $|\varepsilon|=BLV(t)$ ב. $a=\frac{BL}{MR}\left(-BLV(t)+V_0\right)\ ,\ V_{final}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$ ד. $P_R=\left(\frac{BLV(t)-V_0}{R}\right)^2R$

7) א. $\varepsilon=B\frac{l^2}{2}\omega$ ב. $\varepsilon=-B\cdot\omega\frac{l^2}{2}$

8) א. $I(t)=\frac{BLV}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\hat{x}$ ג. $P_F=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\neq I^2R$

ד. $P_C=\frac{B^2L^2V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\ ,\ P_R=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$ ה. הוכחה

9) א. $\vec{B}=\mu_0\sigma_0 a\omega\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\hat{z}$ ב. $\varphi=\mu_0\sigma_0 a\omega\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\pi r_0^2$

ג. $I=\frac{3\mu_0\sigma_0 a\pi r_0^2\alpha\ln\frac{b}{a}}{2R}$

10) א. $|\varepsilon|=B_0LV_y$ ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.

ג. $F=\frac{B_0^{\,2}L^2}{R}V\hat{y}$ ד. $V_{final}=\frac{mgR}{B_0^2\cdot L^2}$ ה. $V(t)=\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}\ ,\ k=\frac{B_0^2L^2}{R}$

11 $I_{R1}=\frac{0.6}{110}A\ ,\ I_{R2}=\frac{3}{110}A\ ,\ I_{R3}=\frac{2.4}{110}A$

12 א. $\varepsilon=2V^2\tan\theta tB$ ב. $I=\frac{V\cdot B}{R_1}$ ג. $P_{out}=\frac{V^2B^2}{R_1}2\cdot V\cdot t\cdot\tan\theta$

13 א. $I=\frac{B\pi a^2\omega}{4R}\sin\omega t$ ב. $\theta=60°$ ג. $\theta=45°$

14 א. $I=\frac{\beta\pi b^2a}{2\rho}$ ב. $I=\frac{\beta m}{4\pi\rho\alpha}$ ג. $I=\frac{m\left(\beta\cos\theta-B\sin\theta\omega\right)}{4\rho\alpha\pi}$

15 א. $R_T=2R+\frac{ar\theta\left(2\pi-\theta\right)}{2\pi}$

ב. $I_T=\frac{B\omega a^2\pi}{4\pi R+ar\omega t\left(2\pi-\omega t\right)}$, במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון $\hat{r}$.

ג. $I(t)=\frac{B\omega\frac{a^2}{2}}{2R+ra\omega t}$

16 $V=\frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

17 א. $V_0=\frac{2mgR}{BL}$ ב. $\frac{BL}{R}\left(V_0-BLV\right)=ma\ ,\ V_{max}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$

18 א. $|\varepsilon|=\alpha baV$ ב. $V(t)=V_0e^{-kt}$ ג. $\Delta x=\frac{V_0}{k}$

19 $1mV$

20 $0.5mV$

21 א. 0 ב. $0.5mV$

22 $\frac{\mu_0aI(t)}{4\pi}\ln\left|\frac{b^2+d^2}{d^2}\right|$