

פיזיקה 2 ב

פרק 4 - חוק גאוס- הסברים עם אינטגרלים

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים.....1
2. תרגול נוסף.....2

הסברים בסיסיים:

שאלות:

(1) לוח עם עובי



נתון מישור בעל שטח A ועובי d .
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ .

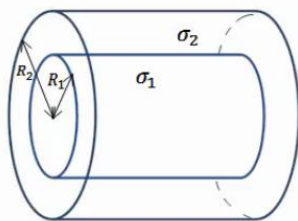
- מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.
- מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
- מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

תשובות סופיות:

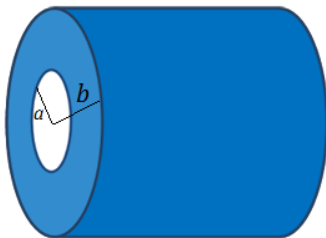
$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{k\rho d A}{r^2} \hat{r} \quad \text{א.} \quad (1)$$

תרגול נוסף:

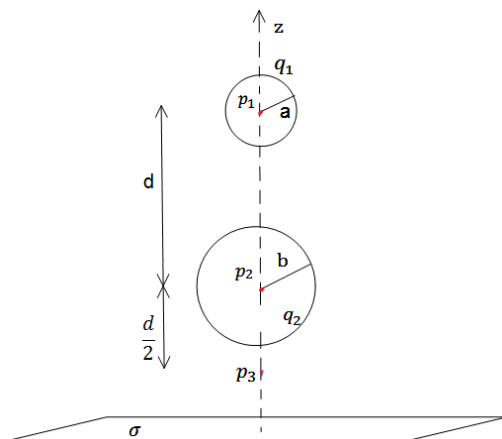
שאלות:



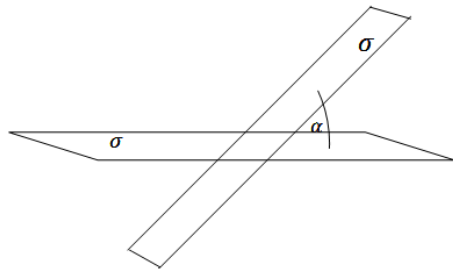
- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1 וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 . רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.



- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



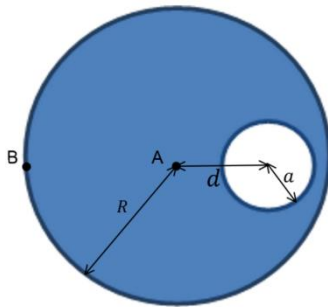
- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$ אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
 - ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
 - ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית

שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) כדור עם חור

בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R .

א. מצאו את השדה בנקודה A.

ב. מצאו את השדה בנקודה B.

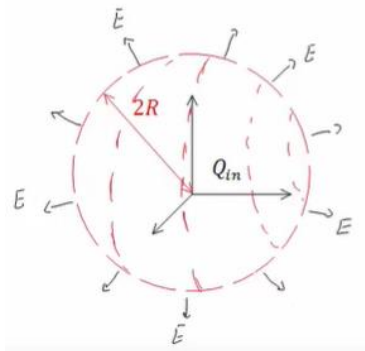
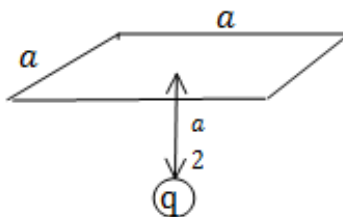
ג. * מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

(6) מטען כלוא

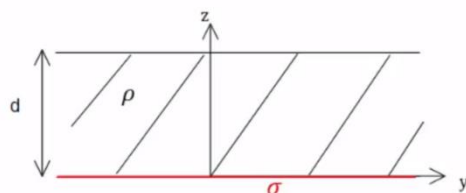
נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

במרחב: ρ_0 קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

**(7) שטף דרך משטח ריבועי**

מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

(8) מישור עבה צמוד למישור דק

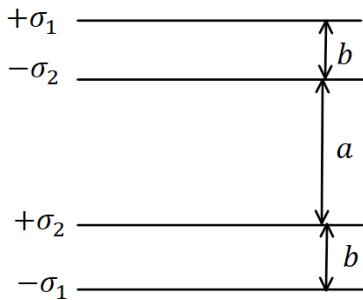
מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען

אחידה σ נמצא על מישור $x-y$.

מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל

המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$).

מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

(9) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות טעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05 \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02 \frac{c}{m^2}$. המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$. כפי שמצוין בצור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

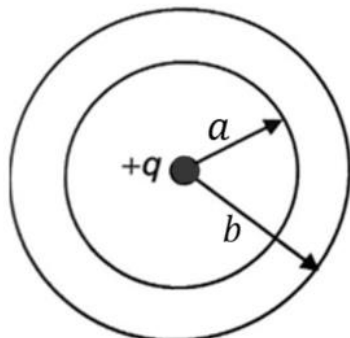
- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

(10) מלוח אל לוח

- שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ c}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).
- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
 - מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

(11) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

- קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי. במרכזו של החלל הכדורי ($r = 0$) מצוי מטען נקודתי $+q$. מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}} \hat{z} - \frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים:} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים:}$$

$$\frac{4\pi k \rho d}{3} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \frac{4\pi k \rho}{3} \left(\frac{a^3}{(d+R)^2} - R \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \frac{4\pi k \rho a^3}{3d^2} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (6)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (7)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (8)$$

$$\vec{E} = -5.65 \cdot 10^9 \frac{N}{C} \hat{y} \quad \text{א.} \quad \vec{E} = -5.65 \cdot 10^9 \frac{N}{C} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{m}{sec} \quad \text{ג.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} J \quad \text{ב.}$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{m}{sec} \quad \text{ב.} \quad t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} sec \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} J \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad (11)$$