

פיזיקה 2 להנדסת אלקטרוניקה

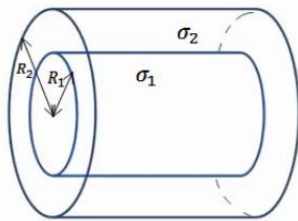
פרק 7 - חוק גאוס-תרגילים נוספים

תוכן העניינים

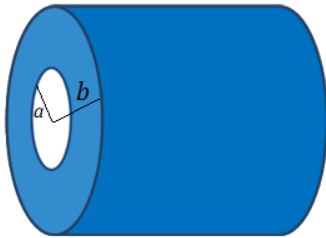
1. תרגול נוסף.....1

תרגול נוסף:

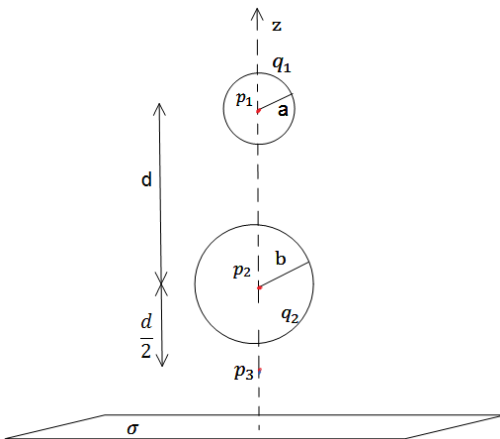
שאלות:



- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1 וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 . רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

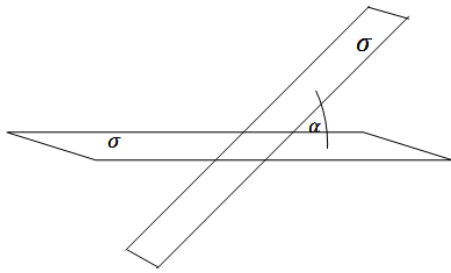


- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



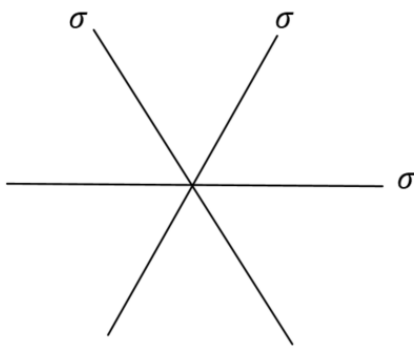
- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$ אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
 - p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
 - p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית



- שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.
- א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.
- ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) שלושה לוחות בזווית

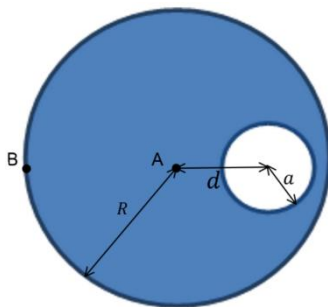


- באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ .
- א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.
- ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

- ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.
- למה תצטמצם תשובתכם עבור $1 \ll N$?
- השתמשו ב- $\sin \theta \approx \theta$, כאשר $1 \ll \theta$.

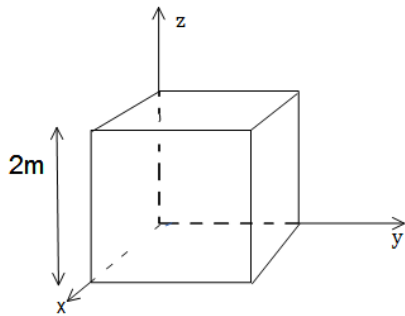
- ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודת (או קו) החיתוך.
- מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודת (או קו) החיתוך $\rho(r)$?

(6) כדור עם חור



- בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d , רדיוס הכדור הגדול הוא R .
- א. מצאו את השדה בנקודה A.
- ב. מצאו את השדה בנקודה B.
- ג. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

(7) שטף דרך קובייה



נתון שדה במרחב: $\vec{E} = -6x\hat{x} + (2-3y)\hat{y}$.

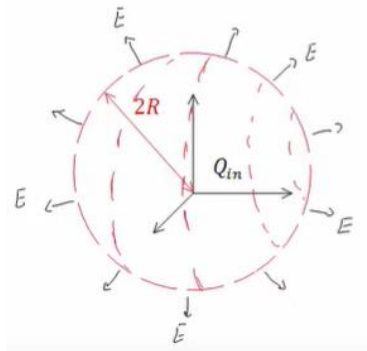
- א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה $2m$.
- ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

(8) מטען כלוא

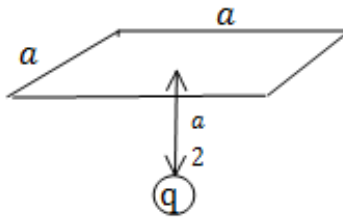
נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

- כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

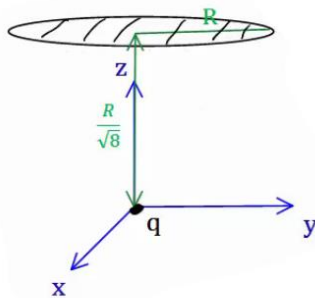


(9) שטף דרך משטח ריבועי



- מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

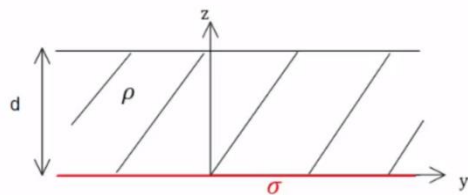
(10) שטף דרך מעגל



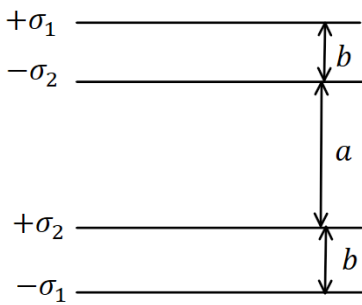
- מטען q נמצא בראשית הצירים. מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור $x-y$ ומרכזו נמצא

בנקודה $\left(0, 0, \frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?

(11) מישור עבה צמוד למישור דק



- מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור $x-y$.
- מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$).
- מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

**12) ארבעה לוחות**

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות טעונים

$$\text{בצפיפויות מטען } \sigma_1 = 0.05 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \sigma_2 = 0.02 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$.
 כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

13) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
- מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
- מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

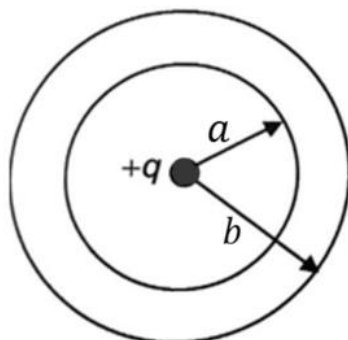
14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען

בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.

במרכזו של החלל הכדורי ($r = 0$) מצוי מטען נקודתי $+q$.

מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{4} \hat{z} - \frac{kq_1}{4} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים:} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים:}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{א.} \quad (5)$$

ב. חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \approx \frac{\sigma N}{2\pi\epsilon_0} \quad \text{ג. של השדה על המעטפת אחיד.}$$

$$\rho(r) = \frac{\sigma N}{2\pi r} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{4\pi k \rho d}{3} \hat{x} \quad \text{ג.} \quad \frac{4\pi k \rho}{3} \left(\frac{a^3}{(d+R)^2} - R \right) \hat{x} \quad \text{ב.} \quad \frac{4\pi k \rho a^3}{3d^2} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \quad \text{ב.} \quad -24 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (8)$$

$$\frac{q}{6\epsilon_0} \quad (9)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (10)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad \text{(11)}$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad \text{ב.} \quad \bar{E} = -5.65 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{(12)}$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} \text{ sec} \quad \text{א.} \quad \text{(13)}$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad \text{(14)}$$