

# חשמל גלים ואופטיקה לתלמידי מדעיים ביו רפואיים 77112 ו 77134

פרק 9 - חוק גאוס-תרגילים נוספים

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים..... 1
2. תרגול נוסף..... 2

## הסברים בסיסיים:

### שאלות:

#### 1) לוח עם עובי



נתון מישור בעל שטח A ועובי d.  
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח  $\rho$ .

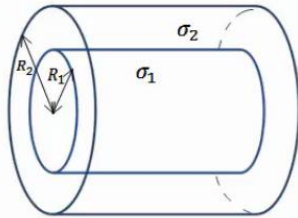
- מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.
- מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
- מניחים אלקטרון בגובה  $Z_0 < \frac{d}{2}$ , מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

### תשובות סופיות:

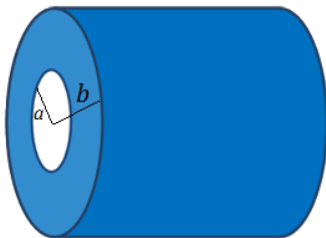
$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{k\rho d A}{r^2} \hat{r} \quad \text{א.} \quad (1)$$

## תרגול נוסף:

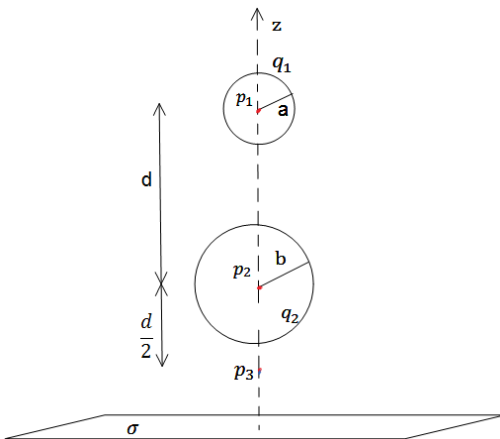
### שאלות:



- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא  $R_1$  וצפיפות המטען המשטחית בה היא  $\sigma_1$ . רדיוס הקליפה החיצונית הוא  $R_2$  וצפיפות המטען בה היא  $\sigma_2$ . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

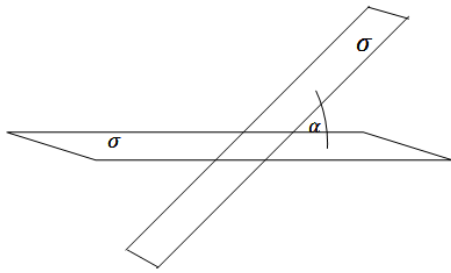


- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי  $a$ , רדיוס חיצוני  $b$  וגובה  $H$  טעונה בצפיפות מטען נפחית  $\rho(r) = \frac{c}{r}$ , כאשר  $c$  קבוע נתון ו- $r$  הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם:  $H \gg a, b$ .



- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים  $a < b$ , נמצאות במרחק  $d > 2b$  אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים  $q_1, q_2$  בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס  $b$ ) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח  $\sigma$ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- א.  $p_1$  הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס  $a$ .
  - ב.  $p_2$  הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס  $b$ .
  - ג.  $p_3$  הנמצאת במרחק  $\frac{d}{2}$  מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

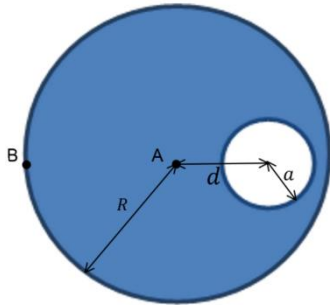
**(4) שני מישורים בזווית**



שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח  $\sigma$ . המישורים נמצאים בזווית  $\alpha$  אחד מהשני.

- א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.  
ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

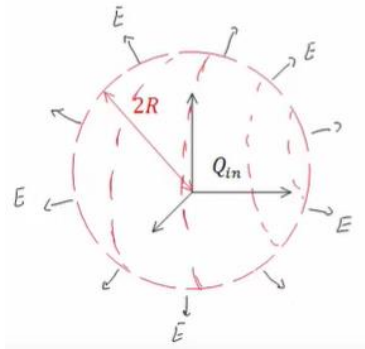
**(5) כדור עם חור**



בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה  $\rho$  קיים חלל כדורי בעל רדיוס  $a$ . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא  $d$ , רדיוס הכדור הגדול הוא  $R$ .

א. מצאו את השדה בנקודה A.  
ב. מצאו את השדה בנקודה B.  
ג\*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

**(6) מטען כלוא**

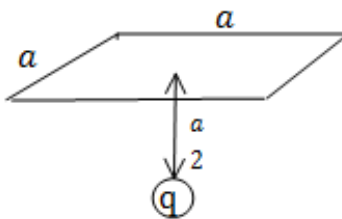


נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

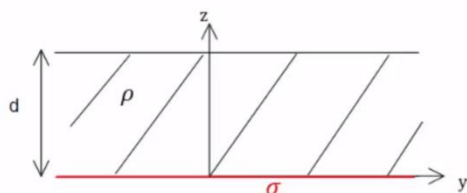
במרחב:  $\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$ .  
כאשר  $R$ ,  $\rho_0$  קבועים נתונים, ו- $r$  הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס  $2R$ .

**(7) שטף דרך משטח ריבועי**

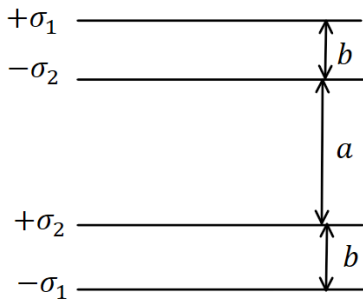


מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך  $a$  הנמצא בגובה  $\frac{a}{2}$  מעל מטען נקודתי  $q$ .

**(8) מישור עבה צמוד למישור דק**



מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה  $\sigma$  נמצא על מישור  $x-y$ . מישור אינסופי נוסף בעל עובי  $d$  טעון בצפיפות מטען אחידה  $\rho$ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור  $x-y$ ). מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

**9) ארבעה לוחות**

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות טעונים

$$\text{בצפיפויות מטען } \sigma_1 = 0.05 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \sigma_2 = 0.02 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

המרחקים בין הלוחות הם:  $a = 3 \text{ c.m}$ ,  $b = 1 \text{ c.m}$ .  
 כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח  $-\sigma_2$ . כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

**10) מלוח אל לוח**

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא:  $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ( $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ).

- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
- מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
- מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

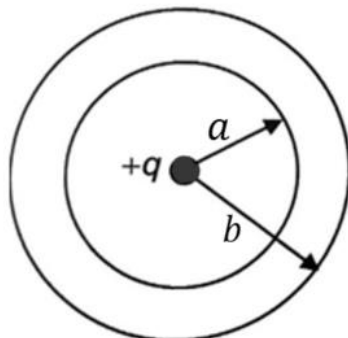
**11) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה**

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם  $a$  ו- $b$  נושאת מטען

בצפיפות נפחית לא אחידה,  $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$ , כאשר  $\alpha > 0$  הינו קבוע מספרי.

במרכזו של החלל הכדורי ( $r = 0$ ) מצוי מטען נקודתי  $+q$ .

מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי  $\alpha$  על מנת שהשדה בתחום  $a < r < b$  יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



**תשובות סופיות:**

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left( -\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \text{ ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \text{ נ.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{4} \hat{z} - \frac{kq_1}{4} \hat{z} \text{ ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \text{ : בין המישורים} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \text{ : מעל המישורים}$$

$$\frac{4\pi k \rho d}{3} \hat{x} \text{ ג.} \quad \frac{4\pi k \rho}{3} \left( \frac{a^3}{(d+R)^2} - R \right) \hat{x} \text{ ב.} \quad \frac{4\pi k \rho a^3}{3d^2} \hat{x} \text{ נ.} \quad (5)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (6)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left( x^2 + y^2 + \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (7)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (8)$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{m}{sec} \text{ ג.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} J \text{ ב.} \quad \vec{E} = -5.65 \cdot 10^9 \frac{N}{C} \hat{y} \text{ נ.} \quad (9)$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{m}{sec} \text{ ב.} \quad t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} sec \text{ נ.} \quad (10)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} J \text{ ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad (11)$$