שדות אלקטרומגנטיים

פרק 19 - חוק אמפר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חוק אמפר :

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$$

$$I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ מקדם המגנטיות של הריק

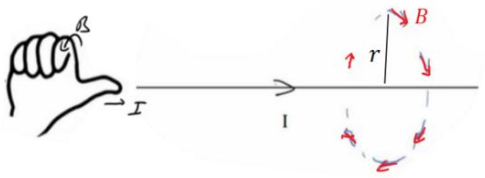
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרך, נבחר מקרים שבהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר :

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים
2. מישור אינסופי
3. סליל אינסופי / טוראויד

שדה של תיל אינסופי (ראינו גם בחוק ביו-סבר) :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



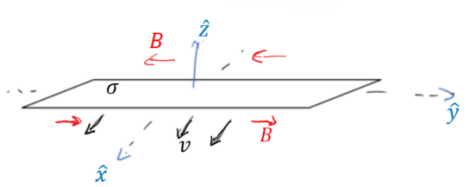
כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כיוון השדה מעגלי מסביב לזרם ולפי כלל הבורג כאשר הזרם בכיוון האגודל והשדה בכיוון האצבעות , ניתן להגיד שכיוון השדה הוא בכיוון $\hat{\theta}$ כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$.

שדה של מישור אינסופי:

עבור מישור דק הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$

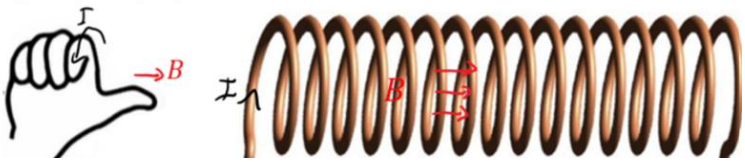


שדה של סליל אינסופי:

$$B = \mu_0 I n$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

כיוון, לפי כלל הבורג כאשר האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

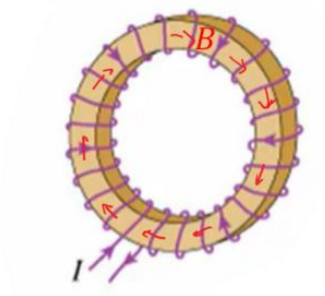


טורואיד:

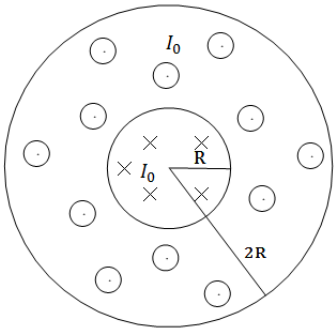
$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



שאלות:



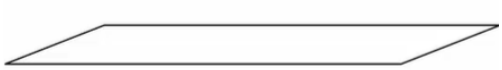
1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).
בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.
במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

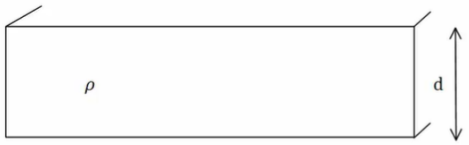
ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.
נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.
חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה

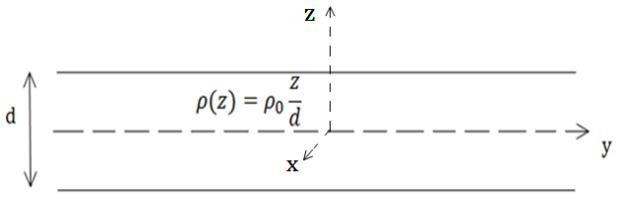


מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

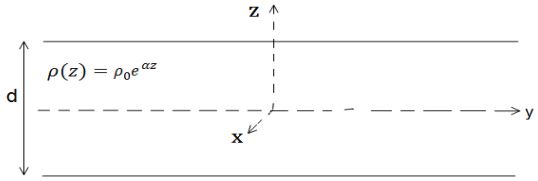
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.
צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.
קיימת סימטריה בציר ה-z.
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



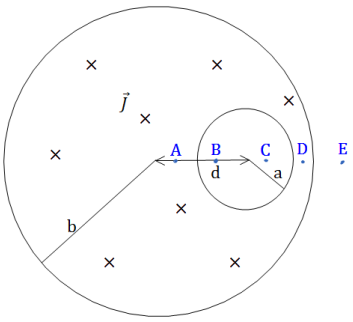
מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0 e^{\alpha z}$ כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

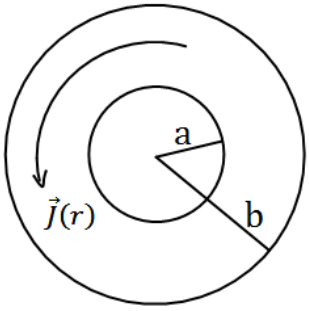


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז : $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1 א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R$, $B=0\quad R<r<2R$

2 $\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$

3 $\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})$, $\vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

4 $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5 $\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}$, $\vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}$, $\vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

6 $\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$,

$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

7 א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}$, $\vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}$, $\vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$ $\qquad \vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

8 $\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b$, $\vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$