שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 17 - חומרים מגנטיים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

רקע:

חומרים פאראמגנטיים - חומרים המחזקים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלקי' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".
הדיפולים מתיישרים לכיוון השדה החיצוני ומגבירים אותו.

חומרים דיאמגנטיים - חומרים המקטינים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים ללא מונמט דיפול טבעי של האטומים.

נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מומנט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.

חומרים פרומגנטיים - חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק.
הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.

אפקט פרומגנטי>> דיאמגנטי>>פאראמגנטי.

וקטור המגנטיזציה $\vec{M}$:
מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר (יחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח).

$$\vec{M} = N\vec{m}_1$$

N - מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.
$\vec{m}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

מומנט הדיפול הכולל של החומר:

$$\vec{m} = \int \vec{M}\, dV$$

ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.

צפיפות זרם קשורה משטחית וקווית בחומר:

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$$

$\hat{n}$ - וקטור המאונך לשפת החומר וכלפי חוץ.

ניתן להפריד את צפיפות הזרם לשני חלקים :

$$\vec{J}_T = \vec{J}_b + \vec{J}_{free}$$

כאשר $\vec{J}_{free}$- היא צפיפות הזרם הנובעת ממטענים החופשיים לזוז בחומר
ו-$\vec{J}_b$ נובעת מהמגנטיזציה.

הוקטור $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

הוקטור $\vec{H}$ מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{free}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in_{free}}$$

הדיברגנט של $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

חומרים לינארים :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

כאשר χ_m היא הסוסטביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרך קבועה.
ו- μ היא הפרמביליות המגנטית כך ש :

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$$

תנאי שפה :

1. $H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp})$
2. $\vec{H}_{2||} - \vec{H}_{1||} = \vec{k}_{free} \times \hat{n}_{1\to 2}$
3. $B_{2\perp} = B_{1\perp}$
4. $\vec{B}_{2||} - \vec{B}_{1||} = \vec{k}_T \times \hat{n}_{1\to 2}$

הכי נוח להשתמש בתנאים 2 ו- 3 ואלו מספיקים בשביל למצא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהינתן המגנטיזציה.

מודל המטען המגנטי :

אם : $\vec{J}_{free} = 0$ אז : $\vec{H}$ שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי :

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\phi_m$$

את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לאפלאס או כל שיטה אחרת), כאשר "המטען" המגנטי הוא :

$$\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

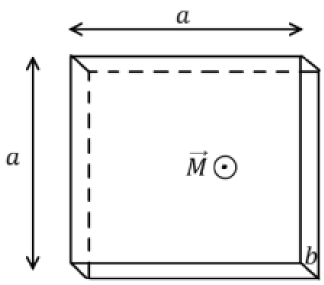
משוואת לאפלאס :

$$\vec{\nabla}^2\phi_m = -\rho_m$$

- המודל תקף גם אם יש $\vec{k}_{free}$ (זרם חופשי על השפה).
- המודל תקף גם עבור חומרים לא לינאריים.

שאלות:

1) תיבה דקה ממוגנטת

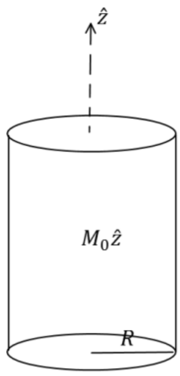


נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי $b << a$.
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני)ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

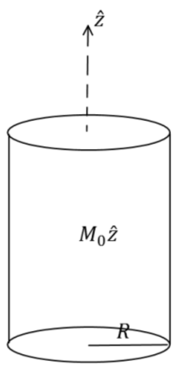
ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.

2) גליל אינסופי ממוגנט



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

3) גליל ממוגנט נוסף



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .

הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?

ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28} \left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24} [A \cdot m^2] \hat{x}$.

השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא: $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

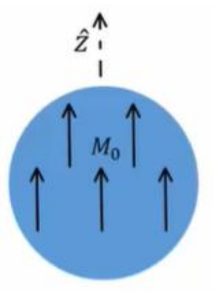
א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.

ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?

ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.

ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט



כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.

מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\vec{J}_b=2A\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R \\ B=0 & r>R\end{matrix}$

ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=0 \quad r>R$, $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z} \quad r<R$

ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}(-1)$

6) א. $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}$, $Xm\approx2.07$, $\mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$

ב. $\vec{J}_b=0$, $\vec{k}=0$

ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0 \\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$

ד. $B_x\left(0^+\right)=0.04T$, $\vec{B}\approx0.01T\hat{x}$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi$, $\phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$