

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 7 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 1

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

הגדרות:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים.
 במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
 \vec{E}_{free} - השדה של המטענים החופשיים.
 \vec{E} - השדה הכולל
 ϵ_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$
 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ ו-

η_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.
 η_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

הקשר η_{free} לשדה החופשי:

$$\eta_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free \perp}$$

η_T - צפיפות המטען הכוללת, נוסחאות:

$$\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp} ; \eta_i = \eta_T - \eta_{free}$$

\vec{P} - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

\vec{p}_1 - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל של החומר (סכימה על כל הדיפולים):

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

שימו לב לא לבלבל, \vec{p} קטן ביחידות של דיפול ו \vec{P} גדול ביחידות של דיפול לנפח שני דברים שונים.

צפיפות מטען מושרית על השפה:

$$\eta_i \equiv \eta_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר \hat{n} הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

צפיפות מטען מושרית נפחית (רק אם \vec{P} לא אחיד):

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{free} \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in,free}$$

בחומרים לינאריים (כמעט תמיד בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי (סימטרי לכל הכיוונים):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

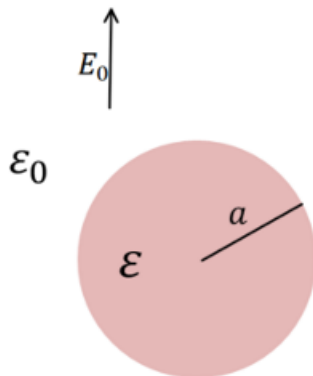
תנאי שפה לשדה והפוטנציאל:

1. $\Delta D_{\perp} = \eta_{free}$ או $\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$ אבל הראשון עדיף. עבור הפוטנציאל, נמצא את השדה המאונך דרך $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ משם $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ונציב.

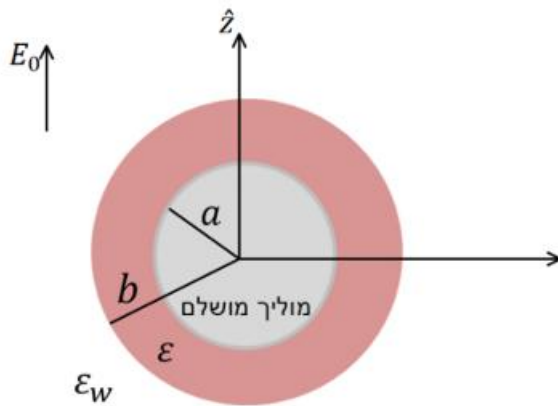
2. הפוטנציאל רציף או $\Delta E_{\parallel} = 0$ או $\Delta D_{\parallel} = \Delta P_{\parallel}$ בדרי"כ הראשון עדיף.

שאלות:

- (1) כדור ברדיוס a עשוי מחומר דיאלקטרי אחיד בעל מקדם ϵ . הכדור נמצא בשדה אחיד E_0 . מצאו את הפוטנציאל והשדה בכל המרחב.



- (2) המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי מגילוי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם נייטרלי ברדיוס a . מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b - a$ העשוי מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ϵ . המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ϵ_w . בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0 \hat{z}$.
 א. רשמו את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.
 ב. חשבו את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
 ג. מצאו מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0 \hat{z}$.



תשובות סופיות:

(1) הפוטנציאל והשדה בתוך הכדור:

$$\phi_1 = -\frac{3E_0}{2 + \epsilon_r} r \cos \varphi$$

$$\vec{E}_1 = \frac{3E_0}{2 + \epsilon_r} \hat{z}$$

מחוץ לכדור:

$$\phi_2 = -E_0 \left(r - \frac{(\epsilon_r - 1)a^3}{(2 + \epsilon_r)r^2} \right) \cos \varphi$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \hat{z} + \frac{3p \cos \varphi \hat{r} - p \hat{z}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(1) $\phi_2(a) = C = 0$.א (2)

(2) $\phi_2(b) = \phi_3(b)$

(3) $\Rightarrow \epsilon_W \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \Big|_b = \epsilon \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \Big|_b$

(4) $\phi_3(r \rightarrow \infty) = -E_0 z = -E_0 r \cos \varphi$

$\phi_3 = (Ar + Br^{-2}) \cos \varphi$.ב

$A = -E_0$

$B = \frac{E_0 b^3 ((b^3 + 2a^3)\epsilon_r - (b^3 - a))}{2(b^3 - a^3) + (b^3 + 2a^3)\epsilon_r}$

$\phi_2 = (\tilde{A}r + \tilde{B}r^{-2}) \cos \varphi$

$\tilde{A} = \frac{-3E_0 b^3}{2(b^3 - a^3) + \epsilon_r(b^3 + 2a^3)}$

$\tilde{B} = -a^3 \tilde{A}$

$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_W}$

השדה הוא מינוס גרדיאנט של הפוטנציאל

$b = a \left(\frac{1+2\epsilon_r}{1-\epsilon_r} \right)^{\frac{1}{3}}$.ג