

פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות

פרק 9 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 1
2. תרגול נוסף 5

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

רקע:

רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$ או $\vec{E}_{free}$ - השדה החיצוני

$\vec{E}$ - השדה הכולל

ϵ_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\epsilon_r > 1$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{0\perp}$$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר :

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

על השפה :

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר :

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

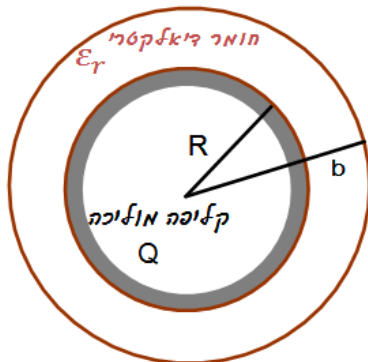
בחומרים לינאריים :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

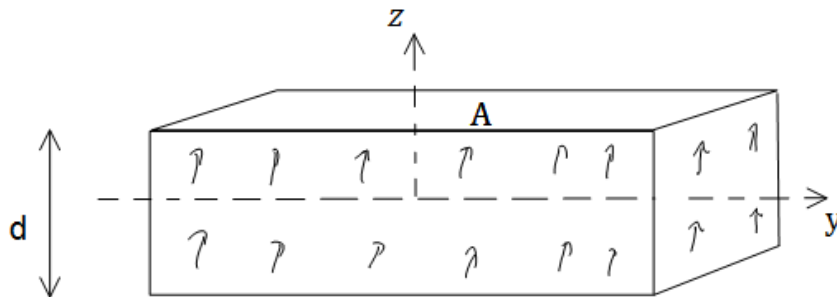
שאלות:



- (1) **חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה**
קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

(2) **תיבה מקוטבת**

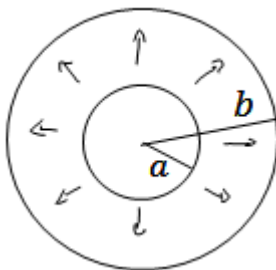
- תיבה בעלת שטח A ועובי d מקוטבת עם צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P} = P_0 \frac{z}{d} \hat{z}$
כאשר ראשית הצירים במרכז התיבה.
א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית נפחית) בתיבה.
ב. מצא את סך המטען הקשור בתיבה.

(3) **כדור מקוטב רדיאלי**

- כדור ברדיוס R מקוטב לפי: $\vec{P} = A \vec{r}$ כאשר A קבוע ו- $\vec{r}$ הוא וקטור ממרכז הכדור.
א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית ונפחית).
ב. מצא את השדה מחוץ ובתוך הכדור.

(4) **קליפה כדורית דיאלקטרי**

- קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי בעל צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{A}{r} \hat{r}$ כאשר A קבוע ו-r הוא המרחק ממרכז הקליפה.
מצא את השדה בכל המרחב פעם בעזרת צפיפות המטען המושרה ופעם באמצעות השימוש בשדה ההעתקה.



תשובות סופיות:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{kQ}{\epsilon_r r^2} \hat{r} & R < r < b \\ \frac{kQ}{r^2} & b < r \end{cases} \quad (1) \quad \text{השדה במרחב:}$$

התפלגות המטען המושרית: $\sigma_i(b) = \epsilon_0 \left(\frac{kQ}{b^2} - \frac{kQ}{\epsilon_r b^2} \right)$, $\sigma_i(R) = \frac{\epsilon_0 kQ}{R^2} \left(\frac{1}{\epsilon_r} - 1 \right)$

(2) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b = \frac{P_0}{2}$, נפחית: $\rho_b = -\frac{P_0}{d}$. ב. 0

(3) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b = A \cdot R$, נפחית: $\rho_b = -3A$

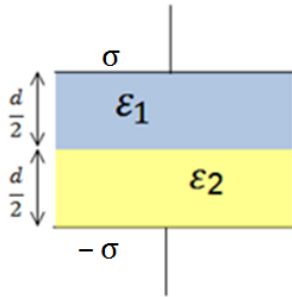
ב. שדה בתוך הכדור: $\vec{E} = \frac{Ar}{\epsilon_0} \hat{r}$, מחוץ לכדור: 0.

(4) $\vec{E} = 0$

תרגול נוסף:

שאלות:

(1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



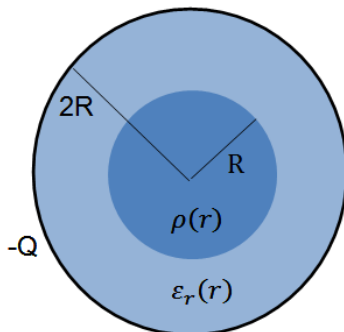
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם, הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון $-\sigma$. בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור. נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ϵ_1 ו- ϵ_2 .

- מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
- מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין הלוחות.
- מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
- מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
- מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
- מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

(2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ϵ_r . בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ . מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את D).

(3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



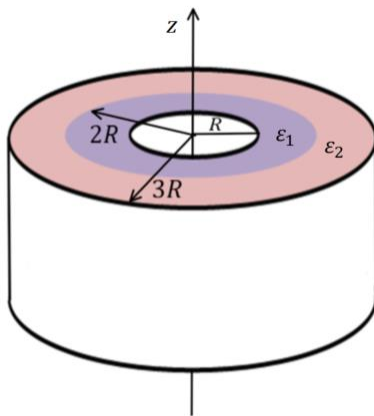
כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

- מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני $2R$.
- הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\epsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
- מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס $2R$ הטעונה במטען כולל $-EQ$.
- א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
- ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

- ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?
- ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

(4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

- קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R ו- $3R$, ובאורך $L \gg 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטריים. חומר בעל מקדם ϵ_1 ממלא את התווך בין R ל- $2R$ וחומר בעל מקדם ϵ_2 את התווך בין $2R$ ל- $3R$. טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.
- א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?
- ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?
- ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.
- ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל? חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma \hat{z}}{\epsilon_1} & 0 < z < \frac{d}{2} \\ \frac{\sigma \hat{z}}{\epsilon_2} & \frac{d}{2} < z < d \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{D} = \sigma \hat{z} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{p} = \begin{cases} \left(\sigma - \frac{\epsilon_0 \sigma}{\epsilon_1} \right) \hat{z} & 0 < z < \frac{d}{2} \\ \left(\sigma - \frac{\epsilon_0 \sigma}{\epsilon_2} \right) \hat{z} & \frac{d}{2} < z < d \end{cases} \quad \text{ג.} \quad V = -\frac{d}{2} \sigma \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right) \quad \text{ד.}$$

$$\sigma_b(z=0) = \sigma \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} - 1 \right), \quad \sigma_b \left(z = \frac{d}{2} \right) = \epsilon_0 \sigma \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right), \quad \sigma_b(z=d) = \sigma \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right) \quad \text{ה.}$$

$$E_T = \frac{\sigma}{\epsilon_1} \hat{z} \quad \text{ו.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_r \epsilon_0} & r < R \\ \frac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r > R \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4R\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3 \hat{r}}{4r^2 \epsilon_0 \left(\frac{r}{R} \right)} & R < r < 2R \quad \text{ב.} \\ \frac{\rho_0 \pi R^3 - Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} & 2R < r \end{cases} \quad \vec{D} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4r} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2} \hat{r} & R < r < 2R \quad \text{א.} \\ \frac{\rho_0 \pi R^3 - Q}{4\pi r^2} \hat{r} & 2R < r < \infty \end{cases} \quad (3)$$

$$\sigma_b(r=2R) = \frac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}, \quad \sigma_b(r=R) = \frac{-\rho_0 R}{8}, \quad \rho_b = \frac{-\rho_0 R^2}{4r^2 \left(1 + \frac{r}{R} \right)^2} \quad \text{ג.} \quad \text{ד.}$$

$$U = \frac{Q^2}{4\pi L} \left(\frac{1}{\epsilon_1} \ln 2 + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{3}{2} \right) \quad \text{ב.} \quad u = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{(2\pi r L)^2} \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_1} & R < r < 2R \\ \frac{1}{\epsilon_2} & 2R < r < 3R \end{cases} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$c_1 = \frac{2\pi L \epsilon_1}{\ln 2}, \quad c_2 = \frac{2\pi L \epsilon_2}{\ln \frac{3}{2}} \quad \text{ד.} \quad C = \frac{2\pi L}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln 2 + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{3}{2}} \quad \text{ג.}$$