

# פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 11 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים..... 1
2. תרגול נוסף..... 4

## הרצאות ותרגילים בסיסיים:

### רקע:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

נסמן:

$\vec{E}_0$  או  $\vec{E}_{free}$  - השדה החיצוני

$\vec{E}$  - השדה הכולל

$\epsilon_r$  או  $\kappa$  - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.

$$\epsilon_r > 1$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

השדה בתוך החומר יהיה:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$

(בהנחה שהחומר לינארי ואיזוטרופי).

$\sigma_i$  - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$\sigma_{free}$  - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{0\perp}$$

$\sigma_T$  - צפיפות המטען הכוללת.

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$  - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N\vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$  - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

$N$  - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של  $\left[\frac{1}{m^3}\right]$ .

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר  $\hat{n}$  הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם  $\vec{P}$  לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר:

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינאריים:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

**שאלות:**

**(1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה**

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q. מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b. מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).



**תשובות סופיות:**

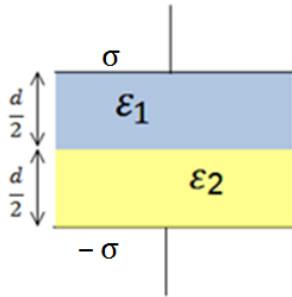
$$\vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{kQ}{\epsilon_r r^2} \hat{r} & R < r < b \\ \frac{kQ}{r^2} & b < r \end{cases} \quad (1) \text{ השדה במרחב:}$$

התפלגות המטען המושרית:  $\sigma_i(R) = \frac{\epsilon_0 kQ}{R^2} \left( \frac{1}{\epsilon_r} - 1 \right)$ ,  $\sigma_i(b) = \epsilon_0 \left( \frac{kQ}{b^2} - \frac{kQ}{\epsilon_r b^2} \right)$

## תרגול נוסף:

### שאלות:

#### (1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק  $d$  ביניהם, הלוח העליון טעון  $\sigma$  והלוח התחתון טעון  $-\sigma$ . בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור. נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר  $\epsilon_1$  ו- $\epsilon_2$ .

- מצאו את וקטור העתקה  $D$  בכל אחד מהחומרים.
- מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין הלוחות.
- מצאו את הפולריזציה  $P$  בכל אחד מהחומרים.
- מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
- מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
- מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

#### (2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס  $R$  מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד  $\epsilon_r$ . בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- $\rho$ . מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את  $D$ ).

#### (3) כדור מבודד וקליפה מוליכה

כדור מבודד ברדיוס  $R$  טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ .

מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי  $R$  ורדיוס חיצוני  $2R$ .

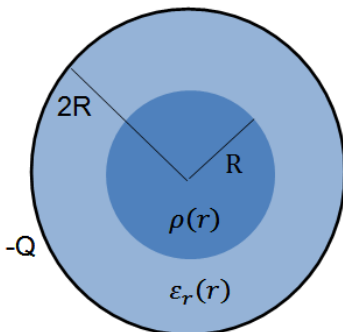
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם

דיאלקטרי משתנה:  $\epsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$ .

מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס  $2R$  הטעונה במטען כולל  $-EQ$ .

א. מצא את וקטור העתקה  $\vec{D}$  בין כל המרחב.

ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.



- ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?
- ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

#### 4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

- קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים  $R$  ו- $3R$ , ובאורך  $L \gg 3R$ . ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטריים. חומר בעל מקדם  $\epsilon_1$  ממלא את התווך בין  $R$  ל- $2R$  וחומר בעל מקדם  $\epsilon_2$  את התווך בין  $2R$  ל- $3R$ . טוענים את הקליפה הפנימית במטען  $Q$  ואת החיצונית במטען  $-Q$ .
- א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?
- ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?
- ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.
- ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל? חשב את הקיבול של כל קבל.



## תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma \hat{z}}{\varepsilon_1} & 0 < z < \frac{d}{2} \\ \frac{\sigma \hat{z}}{\varepsilon_2} & \frac{d}{2} < z < d \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{D} = \sigma \hat{z} \quad \text{א. (1)}$$

$$V = -\frac{d}{2} \sigma \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \right) \quad \text{ד.} \quad \vec{p} = \begin{cases} \left( \sigma - \frac{\varepsilon_0 \sigma}{\varepsilon_1} \right) \hat{z} & 0 < z < \frac{d}{2} \\ \left( \sigma - \frac{\varepsilon_0 \sigma}{\varepsilon_2} \right) \hat{z} & \frac{d}{2} < z < d \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\sigma_b(z=0) = \sigma \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} - 1 \right), \quad \sigma_b \left( z = \frac{d}{2} \right) = \varepsilon_0 \sigma \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right), \quad \sigma_b(z=d) = \sigma \left( 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \right) \quad \text{ה.}$$

$$E_T = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} \hat{z} \quad \text{ו.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\varepsilon_r \varepsilon_0} & r < R \\ \frac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r > R \end{cases} \quad \text{(2)}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3 \hat{r}}{4r^2 \varepsilon_0 \left( \frac{r}{R} \right)} & R < r < 2R \quad \text{ב.} \\ \frac{\rho_0 \pi R^3 - Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} & 2R < r \end{cases} \quad \vec{D} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{4r} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2} \hat{r} & R < r < 2R \quad \text{א. (3)} \\ \frac{\rho_0 \pi R^3 - Q}{4\pi r^2} \hat{r} & 2R < r < \infty \end{cases}$$

$$\text{ו.ד} \quad \sigma_b(r=2R) = \frac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}, \quad \sigma_b(r=R) = \frac{-\rho_0 R}{8}, \quad \rho_b = \frac{-\rho_0 R^2}{4r^2 \left( 1 + \frac{r}{R} \right)^2} \quad \text{ג.}$$

$$U = \frac{Q^2}{4\pi L} \left( \frac{1}{\varepsilon_1} \ln 2 + \frac{1}{\varepsilon_2} \ln \frac{3}{2} \right) \quad \text{ב.} \quad u = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{(2\pi r L)^2} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_1} & R < r < 2R \\ \frac{1}{\varepsilon_2} & 2R < r < 3R \end{cases} \quad \text{א. (4)}$$

$$c_1 = \frac{2\pi L \varepsilon_1}{\ln 2}, \quad c_2 = \frac{2\pi L \varepsilon_2}{\ln \frac{3}{2}} \quad \text{ד.} \quad C = \frac{2\pi L}{\frac{1}{\varepsilon_1} \ln 2 + \frac{1}{\varepsilon_2} \ln \frac{3}{2}} \quad \text{ג.}$$