שדות אלקטרומגנטיים

פרק 27 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

<u>אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:</u>

$$U = \int \left(\frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0} \right) \mathrm{d}v$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\varepsilon_0 \left(\vec{E}\right)^2}{2} + \frac{\left(\vec{B}\right)^2}{2\mu_0}$$

<u>וקטור פויינטינג:</u>

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

<u>הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:</u>

$$P + \oint \vec{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

הקשר הדיפרנציאלי:

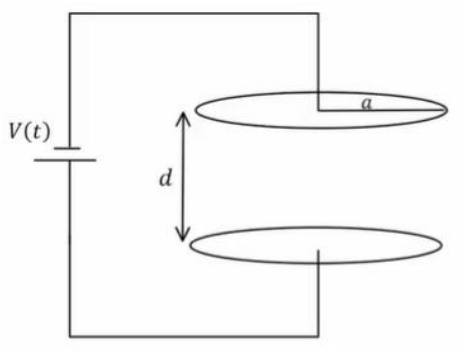
$$\vec{E} \cdot \vec{J} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathrm{s}} = -\frac{\mathrm{d}u_{em}}{\mathrm{d}t}$$

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם

$\vec{E} \cdot \vec{J}$ הוא הספק ליחידת נפח

שאלות:

1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן



קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

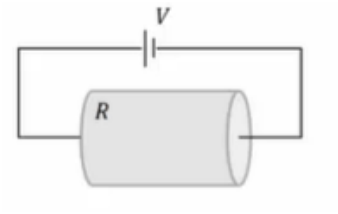
ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.

2) משפט פויינטינג בנגד גלילי



נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.

ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.

ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.

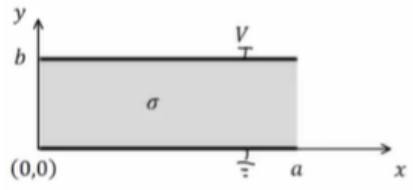
ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W >> a, b$.

נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.

הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).



המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.

א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?

ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?

ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז?
חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta}\quad r<a\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta}\quad r\geq a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y}\ ,\ \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$