

# שדות אלקטרומגנטיים להנדסת חשמל

פרק 15 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

רקע:

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left( \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$$

וקטור פויינטינג:

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:

$$P + \oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU_{em}}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

$P$  - ההספק שהולך לחום

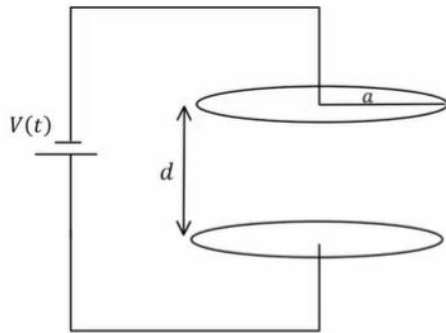
הקשר הדיפרנציאלי:

$$\vec{E} \cdot \vec{j} + \vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt}$$

$\vec{j}$  - צפיפות הזרם

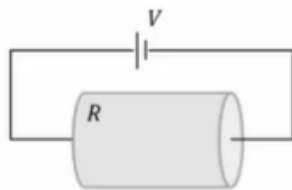
$\vec{E} \cdot \vec{j}$  הוא הספק ליחידת נפח

**שאלות:**



**(1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן**  
קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס  $a$  הנמצאים במרחק  $d \ll a$  זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן  $V(t) = A \cdot t$ , כאשר  $A$  קבוע נתון.  
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

- ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.
- ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.
- ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.
- ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.

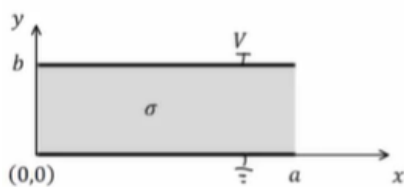


**(2) משפט פויינטינג בנגד גלילי**  
נגד גלילי בעל אורך  $L$ , רדיוס בסיס  $a$  והתנגדות  $R$  מחובר למקור מתח  $V$ .

- א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.
- ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.
- ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.
- ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

**(3) מישור אינסופי במתח קבוע**

נתון מוליך בגודל  $a \times b \times W$  כאשר  $W \gg a, b$ . נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפנינת המוליך. הרוחב  $a$  מקביל לציר  $x$ , הגובה  $b$  מקביל לציר  $y$  והאורך  $W$  מקביל לציר  $z$  (ראה איור). המוליכות של החומר היא  $\sigma$  והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים  $V$ .



- א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?
- ב. מהו  $\vec{H}$  במרחב?
- ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז? חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

**תשובות סופיות:**

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta} \quad r < a, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta} \quad r \geq a \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$U = \frac{\epsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d} \left( t^2 + \frac{\mu_0 \epsilon_0 a^2}{2} \right) \quad \text{ג.} \quad \vec{S} = \frac{-A^2 \epsilon_0 t a}{d} \pi a \quad \text{ד. ה. הוכחה.}$$

$$U_{em} = \frac{\epsilon_0 V^2 \pi a^2}{2L} + \frac{V^2 L}{16\pi R^2} \quad \text{ג.} \quad \vec{S}_{(r=a)} = \frac{V^2 (-\hat{r})}{2\pi a L R} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{V}{L} \hat{z}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 V r}{2\pi a^2 R} \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (2)$$

ד. הוכחה.

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{\sigma V^2}{b^2} \quad \text{ג.} \quad H_z = \frac{\sigma V}{b} \left( x - \frac{a}{2} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = -\frac{V}{b} \hat{y}, \quad \vec{J} = -\frac{\sigma V}{b} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$