

פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות

פרק 21 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left(\frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה:

$$u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$$

וקטור פויינטינג:

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

הקשר בין האנרגיה לוקטור פויינטינג:

$$P + \oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU_{em}}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פויינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

P - ההספק שהולך לחום

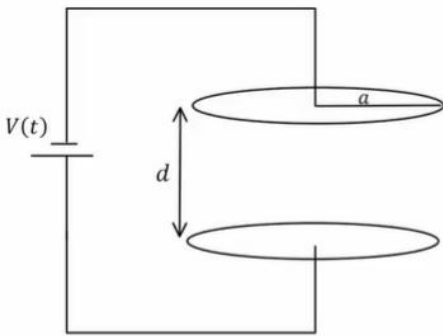
הקשר הדיפרנציאלי:

$$\vec{E} \cdot \vec{j} + \vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt}$$

\vec{j} - צפיפות הזרם

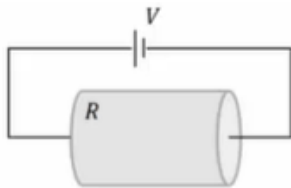
$\vec{E} \cdot \vec{j}$ הוא הספק ליחידת נפח

שאלות:



(1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן
קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d \ll a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

- ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.
- ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.
- ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.
- ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



(2) משפט פויינטינג בנגד גלילי
נגד גלילי בעל אורך L , רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V .

- א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.
- ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.
- ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.
- ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

(3) חישוב הספק נפחי משדה חשמלי תלוי בזמן
באזור $-d < x < d$ קיים שדה חשמלי הנתון לפי הפונקציה

הבאה: $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \frac{x}{d} e^{-\frac{t}{\tau}} \hat{y}$. השדה המגנטי במרחב מקיים: $\vec{B}(\vec{r}, 0) = 0$.
מצא את צפיפות הזרם האמיתי באזור וחשב את ההספק האוהמי הרגעי ליחידת נפח.

תשובות סופיות:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta} \quad r < a, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta} \quad r \geq a. \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z}. \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{S} = \frac{-A^2 \varepsilon_0 t a}{d} \pi a \quad \text{ד.} \quad U = \frac{\varepsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d} \left(t^2 + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2}{2} \right) \quad \text{ג.} \quad \text{ה. הוכחה.}$$

$$U_{em} = \frac{\varepsilon_0 V^2 \pi a^2}{2L} + \frac{V^2 L}{16\pi R^2} \quad \text{ג.} \quad \vec{S}_{(r=a)} = \frac{V^2 (-\hat{r})}{2\pi a L R} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{V}{L} \hat{z}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 V r}{2\pi a^2 R} \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (2)$$

ד. הוכחה.

$$\vec{J} = \frac{\varepsilon_0 E_0 x}{\tau d} e^{-\frac{t}{\tau}} \hat{y}, \quad P = \frac{\varepsilon_0 E_0^2 x^2}{\tau d^2} e^{-\frac{2t}{\tau}} \quad (3)$$