פיזיקה 2 להנדסת תוכנה

פרק 1 - וקטורים

תוכן העניינים

1. מכפלה סקלרית 1
2. וקטור יחידה 4
3. מכפלה וקטורית בדו-מימד 5
4. וקטור בשלושה מימדים 7
5. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים 9

מכפלה סקלרית:

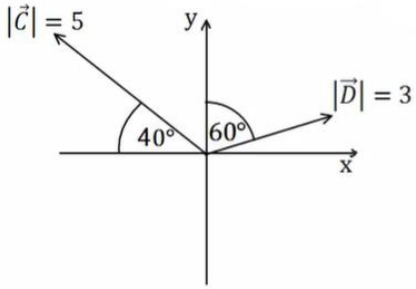
שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A}=(-1,2)\ ,\ \vec{B}=(2,2)$

ב.



2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(-2,5)$

ב. $\vec{A}=(1,4)\ ,\ \vec{B}=(8,-2)$

ג. $\vec{A}=(-1,-2)\ ,\ \vec{B}=(-2,1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים.
חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן 90 מעלות.

3) דוגמה 3

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)\ ,\ \vec{B}=(2,-4)$.

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4) דוגמה 4

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-3,1)$, $\vec{B}=(2,-4)$.

א. הראה כי החישוב של $\vec{A}\cdot\vec{B}$ זהה לחישוב $\vec{B}\cdot\vec{A}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

5) דוגמה 5

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(2,1)$, $\vec{B}=(-3,2)$, $\vec{C}=(1,-3)$.

חשב את:

א. $\vec{A}\cdot\vec{C}$

ב. $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ג. $\vec{A}\cdot\vec{C}+\vec{B}\cdot\vec{C}$

ד. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{C}$

ה. $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

ו. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\vec{B}$

ז. $\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$

6) דוגמה 6

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

חשב את:

א. $\dfrac{\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\vec{B}}{\left|\vec{B}\right|^2}$

ב. $\dfrac{\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\vec{C}}{\left|\vec{C}\right|^2}$

7) דוגמה 7

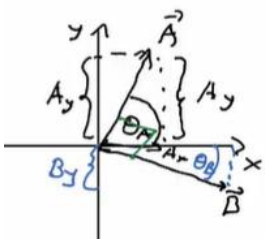
נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{A}=(-2,2)$, $\vec{B}=(1,-3)$, $\vec{C}=(1,5)$.

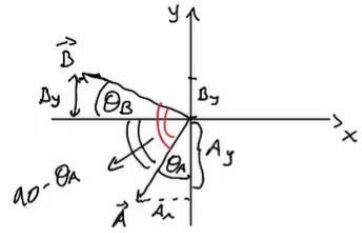
מצא את הזווית בין $\vec{A}$ ל- $\vec{B}$ ובין $\vec{B}$ ל- $\vec{C}$.

תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. -5.13

2) א. $\vec{A}$ לא מאונך ל- $\vec{B}$. ב. מאונכים. ג. מאונכים.
ד. ב. $\theta_A = 75.96°$, $\theta_B = 14.04°$. ד. ג. $\theta_A = 26.57°$, $\theta_B = 26.57°$.





3) א. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$ ב. $|\vec{A}| = \sqrt{10}$, $\tilde{\theta}_A = 161.57°$, $|\vec{B}| = \sqrt{20}$, $\tilde{\theta}_B = -63.43°$
ג. $\vec{A}\cdot\vec{B} = -10$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. -1 ב. -10 ג. 10- ד. (-4,12) ה. (-18,-9)
ו. (12,-8) ז. 36

6) א. (-0.8,2.4) ב. (-0.54,-2.69)

7) $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43°$, $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26°$

וקטור יחידה:

שאלות:

1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א. $\vec{A}=(-2,-3)$

ב. $\vec{B}=(3,4)$

תשובות סופיות:

1) א. (-0.55,-0.83) ב. (0.6,0.8)

מכפלה וקטורית בדו-מימד:

רקע:

מכפלה וקטורית (בדו- מימד):

$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\hat{z}$$

-התוצאה של מכפלה וקטורית היא תמיד וקטור!

נוסחה נוספת רק לגודל של המכפלה:

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right||sin\,\alpha|$$

שאלות:

1) דוגמה – מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים: $\vec{B}=(2,-3)$, $\vec{A}=(-4,1)$.

א. חשב את: $\vec{A}\times\vec{B}$ באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

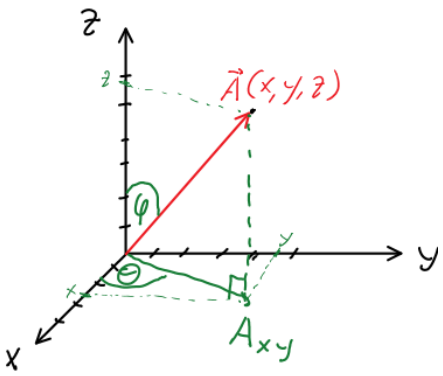
ג. חשב את: $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

1) א. 10 ב. $\left|\vec{A}\right|=\sqrt{17}\ ,\ \theta_A=165.96°\ ,\ \left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}\ ,\ \theta_B=-56.31°$ ג. 10

וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \le \varphi \le 180°$$
$$0 \le \theta \le 360°$$
$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$
$$A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$$
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

שאלות:

1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור: $\vec{A}$ (2,3,4).

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור $\vec{A}$?

2) כשהסכום מאונך להפרש

הוכיחו שאם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

3) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים: $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$, $\vec{A}(1,4,8)$.

מצאו את מרכיבי וקטור $\vec{B}$ אם נתון כי הוא ניצב לוקטור $\vec{A}$ וגודלו 10.

תשובות סופיות:

1) א. $\sqrt{29}$ ב. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}\right)$

2) הוכחה בסרטון

3) $\left(-4\frac{10}{\sqrt{17}},\frac{10}{\sqrt{17}},0\right)$

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

שאלות:

1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים: $\vec{D}(2,0,1)$, $\vec{C}(-1,2,-2)$, $\vec{B}(1,-3)$, $\vec{A}(1,2)$.

א. מצא את: $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

ב. מצא את: $\vec{A}\times\vec{B}$.

ג. מצא את: $\vec{C}\times\vec{D}$.

תשובות סופיות:

1) א. 5- ב. $(-5)\hat{z}$ ג. $\vec{C}\times\vec{D}=2\hat{x}-3\hat{y}-4\hat{z}$