

# סטטיסטיקה אקטוארית

פרק 14 - התפלגות לוג נורמלית

תוכן העניינים

1. התפלגות לוג נורמלית ..... 1

## התפלגות לוג נורמלית:

### רקע:

נניח שלמשתנה  $Y$  ישנה התפלגות נורמלית, כלומר:  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

נגדיר כעת את  $X = e^Y$ .

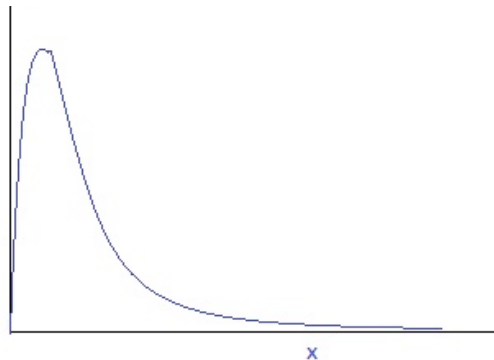
$X$  הינו משתנה המתפלג לוג נורמלית.

הסיבה שקוראים להתפלגות באופן כזה היא ש-  $\ln(X) = Y$  מתפלג נורמלית.

תחום ההגדרה של  $Y$  הינו  $(-\infty, \infty)$  לעומת זאת תחום ההגדרה של  $X$  הינו  $(0, \infty)$ .

נסמן את ההתפלגות של  $X$  באופן הבא:  $X \sim LOGN(\mu, \sigma^2)$ .

בהתפלגות זו מתקיימים הקשרים הבאים:  $E(X) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$ ,  $V(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$ .



דוגמה (פתרון בהקלטה):

$$X \sim LOGN(10, 2^2)$$

מצאו את האחוזון התשעים של ההתפלגות.

## שאלות:

- (1) נתון:  $X \sim \text{LOGN}(0, 1^2)$ .  
 א. מהי ההתפלגות של  $\ln(X) = Y$ ?  
 ב. מהו החציון של  $X$ ?  
 ג. חשבו את  $P(X > e)$ .
- (2) נתון שהשכר במשק מתפלג לוג נורמלית, התוחלת של השכר היא 10 יחידות כסף עם שונות 2. נתבונן בהתפלגות  $\ln$  השכר. כיצד מתפלג  $\ln$  של השכר ומה התוחלת והשונות שלו?
- (3) הוכיחו שהחציון של:  $X \sim \text{LOGN}(\mu, \sigma^2)$  הינו  $e^\mu$ .
- (4) נתון ש- $X_i \sim \text{LOGN}(\mu, \sigma^2)$  לכל:  $i = 1, 2, \dots, n$ .  
 כמו כן ידוע שהתצפיות הן בלתי תלויות זו בזו.  
 הוכיחו:  $\prod_{i=1}^n X_i \sim \text{LOGN}(n\mu, n\sigma^2)$ .
- (5) אורך החיים של מכשיר מתפלג לוג נורמלית עם תוחלת של 6 שנים וסטיית תקן של 1.5 שנים.  
 א. מצא את העשירון העליון של אורך חיי המכשיר.  
 ב. מה ההסתברות שהמכשיר יחיה יותר מ-3 שנים?
- (6) שפנים מתרבים פי  $X_i$  בכול חודש. נתון ש- $X_i$  מתפלג לוג נורמלית כאשר  
 $E(X_i) = \sqrt{e}$ ,  $V(X_i) = e(e-1)$ .  
 מה ההסתברות שכעבור שנה כמות השפנים גדלה פי 20?

## תשובות סופיות:

(1) א. התפלגות נורמלית סטנדרטית. ב. 1. ג. 0.1587.

$$(2) \quad N\left(\mu = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{100}{1.02}\right), \sigma^2 = \ln(1.02)\right)$$

(3) הוכחה.

(4) הוכחה.

(5) א. 7.98. ב. 0.9963.

(6) 0.1949.