הסתברות ותהליכים סטוכסטיים

פרק 23 - התפלגויות בדידות מיוחדות-התפלגות היפרגאומטרית

תוכן העניינים

1. כללי 1

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות היפרגאומטרית:

רקע:

נתונה אוכלוסייה המכילה N פריטים , מתוכה D פריטים בעלי תכונה מסוימת – פריטים אלה נקראים "מיוחדים". בוחרים מאותה אוכלוסייה n פריטים ללא החזרה.
X מוגדר להיות מספר הפריטים ה"מיוחדים" שנדגמו.
משתנה מקרי היפרגאומטרי עם הפרמטרים (N,D,n) יסומן על ידי: $X \sim H(N,D,n)$.

פונקציית ההסתברות של ההתפלגות: $P(X=k)=\dfrac{\binom{D}{k}\binom{N-D}{n-k}}{\binom{N}{n}}$.

התוחלת של ההתפלגות: $E(X)=n\cdot\dfrac{D}{N}$.

השונות של ההתפלגות: $V(X)=n\cdot\dfrac{D}{N}\cdot\left(1-\dfrac{D}{N}\right)\cdot\dfrac{N-n}{N-1}$.

דוגמה (הפתרון בהקלטה):

בכתה 40 תלמידים, שמתוכם 10 בנות והשאר בנים. בוחרים קבוצה של ארבעה תלמידים שיסעו למשלחת.

א. כיצד מספר הבנים במשלחת מתפלג?
ב. מה התוחלת ומהי השונות של מספר הבנים במשלחת?
ג. מה הסיכוי שבמשלחת יהיו 3 בנים?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות:

1) בכד 5 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי שלושה כדורים מהכד.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר הכדורים האדומים שהוצא בטבלה.

ב. חשבו את התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים שהוצאו, פעם מתוך פונקציית ההסתברות ופעם מתוך הנוסחאות להתפלגות היפרגאומטרית.

ג. מה הייתה התוחלת והשונות של מספר הכדורים האדומים אם ההוצאה הייתה עם החזרה?

2) בחידון 10 שאלות משלושה תחומים שונים: 3 בתחום הספורט, 4 בתחום הבידור והיתר בתחום המדעים. משתתף בחידון שולף באקראי 4 שאלות.

נגדיר את X להיות מספר השאלות מתחום הספורט שנשלפו.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של X בנוסחה (לא בטבלה).

ב. מה התוחלת וסטיית התקן של X?

ג. חשבו את ההסתברות הבאה: $P(X=2 \mid X>1)$.

3) נדגמו 6 אנשים מתוך אוכלוסייה שבה 60% בעלי רישיון נהיגה.
אנו מתעניינים במספר האנשים שנדגמו עם רישיון נהיגה.
זהו בסעיפים הבאים את ההתפלגות, וחשבו לכל התפלגות את התוחלת והשונות:

א. האוכלוסייה גדולה מאד.

ב. האוכלוסייה בת 10 אנשים.

4) בארגון עובדים 7 מהנדסים, 3 טכנאים ו-5 הנדסאים.
בוחרים באופן מקרי משלחת של 4 עובדים לכנס במדריד.

א. מהי ההסתברות שייבחרו רק מהנדסים?

ב. מה תוחלת מספר הטכנאים שייבחרו?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות:

1) א.

x	0	1	2	3
$P(x)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

ב. תוחלת: $1\frac{2}{3}$, שונות: $\frac{5}{9}$.

ג. תוחלת: $1\frac{2}{3}$, שונות: $\frac{20}{27}$.

2) א. $\frac{\binom{3}{k}\cdot\binom{7}{4-k}}{\binom{10}{4}}$. ב. תוחלת: 1.5, סטיית תקן: 0.748. ג. 0.9.

3) א. תוחלת: 3.6, שונות: 1.44. ב. תוחלת: 3.6, שונות: 0.64.

4) א. 0.0256. ב. 0.8.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל