תהליכים אקראיים בפיזיקה

פרק 26 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות בינומית שלילית

תוכן העניינים

1. כללי 1

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות בינומית שלילית:

רקע:

בהתפלגות זו חוזרים על אותו ניסוי ברנולי בזה אחר זה באופן בלתי תלוי עד אשר מצליחים בפעם ה- r. X = מספר החזרות עד שהתקבלו r הצלחות: $X \sim NB(r,p)$.

פונקציית ההסתברות: $P(X=k)=\binom{k-1}{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$, $k=r,r+1,\ldots\infty$.

תוחלת: $E(X)=\frac{r}{p}$.

שונות: $V(X)=\frac{r(1-p)}{p^2}$.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

קובייה מוטלת עד שמקבלים 3 פעמים תוצאה שגדולה מ-4.

א. מה הסיכוי להטיל את הקובייה 6 פעמים?

ב. מה תוחלת ושונות מספר הפעמים שנטיל את הקובייה?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות:

1) בכד 4 כדורים שחורים ו-6 כדורים לבנים. כדור מוצא באקראי פעם אחר פעם ומוחזר בין הוצאה להוצאה. נסמן ב- X את מספר הכדורים שהוצאו עד שהתקבלו 2 כדורים לבנים בסך הכול (לא בהכרח ברצף).

א. חשבו את $P(X=2)$.

ב. חשבו את $P(X=3)$.

ג. חשבו את $P(X=4)$.

ד. חשבו את $P(X=k)$.

2) הסיכוי לזכות במשחק מזל הוא 0.4. אדם משחק במשחק ומפסיק ברגע שהוא ניצח פעמיים (לא בהכרח ברצף).

א. מה הסיכוי שישחק פעמיים?

ב. מה הסיכוי שישחק 3 פעמים?

ג. מה הסיכוי שישחק 4 פעמים?

ד. מה הסיכוי שישחק 5 פעמים?

ה. מה הסיכוי שישחק k פעמים?

3) הראו שההתפלגות הגאומטרית היא מקרה פרטי של ההתפלגות הבינומית השלילית.

4) מטבע מוטל שוב ושוב עד שמתקבל שלוש פעמים עץ בסך הכול.

א. בנו את פונקציית ההסתברות של מספר ההטלות הכולל.

ב. מהי התוחלת ומהי השונות של מספר ההטלות הכולל?

ג. חוזרים על התהליך שלעיל 5 פעמים. מה ההסתברות שפעמיים מתוך ה-5 חזרות נאלץ להטיל את המטבע בדיוק 4 פעמים?

5) יהיה X_i מספר החזרות עד ההצלחה הראשונה בניסיונות ברנוליים בלתי תלויים זה בזה, כאשר $i=1,2,...,n$.

הוכיחו שהתוחלת והשונות של $\sum_{i=1}^{n} X_i$ זהות לתוחלת והשונות של ההתפלגות הבינומית השלילית $NB(n,p)$.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות:

1) א. 0.36 ב. 0.288 ג. 0.0576 ד. $0.6^2 \cdot 0.4^{k-2}$.

2) א. 0.16 ב. 0.192 ג. 0.1728 ד. 0.13824 ה. $0.4^2 \cdot 0.6^{k-2}$.

3) שאלת הוכחה.

4) ב. תוחלת: 6, שונות: 6. ג. 0.1886

5) שאלת הוכחה.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל