

# שיטות אנליטיות במדעי הקוגניציה

פרק 40 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות בינומית

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות בינומית:

### רקע:

נגדיר את המושג ניסוי ברנולי:  
 ניסוי ברנולי הנו ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות: "הצלחה" ו"כישלון".  
 למשל מוצר פגום או תקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלת מטבע וכדומה.  
 בהתפלגות בינומית חוזרים על אותו ניסוי ברנולי  $n$  פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.  
 מגדירים את  $X$  להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכול. נסמן ב- $P$  את הסיכוי להצלחה בניסוי בודד, וב- $Q$  את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.  
 ואז נגיד ש:  $X \sim B(n, p)$ .

### פונקציית ההסתברות של $X$ :

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1$$

לגודל:  $\binom{n}{k}$ : ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

$$E(X) = np \quad \text{תוחלת:}$$

$$V(X) = npq \quad \text{שונות:}$$

שימו לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגות בינומית צריכים להתקיים כל התנאים הבאים:

- (1) חוזרים על אותו ניסוי ברנולי באופן בלתי תלוי זה בזה.
- (2) חוזרים על הניסוי  $n$  פעמים.
- (3)  $X$  – מוגדר כמספר ההצלחות המתקבלות בסך הכול.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במדינה מסוימת ל-80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.  
 נבחרו 10 תושבים אקראיים מהמדינה.

- א. מה ההסתברות שבדיוק ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ב. מה ההסתברות שלפחות ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנדגמו ושיש להם רישיון נהיגה?

**שאלות:**

- (1) במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את  $X$  להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.
- מהי ההתפלגות של  $X$  ?
  - מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?
  - מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?
  - מה ההסתברות שלושה יעבדו במדגם?
  - מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?
  - מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?
- (2) על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגדיר את  $X$  כמספר האנשים שנדגמו עם סמארטפון.
- מהי ההתפלגות של  $X$  ? הסבירו.
  - מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?
  - מה ההסתברות שבמדגם לפחות ל-9 יהיו סמארט-פון?
  - מה התוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדגמו ולהם סמארט-פון?
- (3) בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונת מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב-20 ₪ בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקעה היא 0.9 בכל מכונה. מהמר נכנס לבית ההימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.
- מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?
  - מה ההסתברות שיזכה בדיוק בשתי מכונות?
  - מה ההסתברות שיזכה ביותר כסף מה-30 ₪ שהשקיע?
  - מהן התוחלת וסטיית התקן של הרווח נטו של המהמר (הזכיות בניכוי ההשקעה)?
- (4) במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:
- | השכלה     | נמוכה | תיכונית | תואר I | תואר II ומעלה |
|-----------|-------|---------|--------|---------------|
| פרופורציה | 0.1   | 0.6     | 0.2    | 0.1           |
- נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30.
- מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?
  - מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $X \sim B(n=5, p=0.1)$  . ב. 0.32805 . ג. 0.59049 . ד. 0.0729 . ה. 0.40954 . ו. תוחלת: 0.5, שונות: 0.45 .
- (2) א. 0.2335 . ב. 0.1493 . ג. 0.1143 . ד. תוחלת: 7, סטיית תקן: 1.449 .
- (3) א. 0.5314 . ב. 0.0984 . ג. 0.1143 . ד. תוחלת: 18, סטיית תקן: 14.697 .
- (4) א. 0.1789 . ב. 2 .