ביוסטטיסטיקה

פרק 14 - התפלגויות בדידות מיוחדות -התפלגות בינומית

תוכן העניינים

1. כללי 1

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות בינומית:

רקע:

נגדיר את המושג ניסוי ברנולי:
ניסוי ברנולי הנו ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות: "הצלחה" ו"כישלון".
למשל מוצר פגום או תקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלת מטבע וכדומה.
בהתפלגות בינומית חוזרים על אותו ניסוי ברנולי n פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.
מגדירים את X להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכול. נסמן ב- P את הסיכוי להצלחה בניסוי בודד, וב- Q את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.
ואז נגיד ש: $X \sim B(n,p)$.

פונקציית ההסתברות של X:

לכל $k=0,1,2,....,n$ $\quad P(X=K)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

כאשר: $0!=1$; $n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot....\cdot 1$; $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

לגודל: $\binom{n}{k}$ ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

תוחלת: $E(X)=np$

שונות: $V(X)=npq$

שימו לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגות בינומית צריכים להתקיים כל התנאים הבאים:

1) חוזרים על <u>אותו ניסוי ברנולי</u> באופן <u>בלתי תלוי</u> זה בזה.
2) חוזרים על הניסוי n פעמים.
3) X – מוגדר <u>כמספר ההצלחות המתקבלות</u> בסך הכול.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במדינה מסוימת ל-80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.
נבחרו 10 תושבים אקראיים מהמדינה.

א. מה ההסתברות שבדיוק ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
ב. מה ההסתברות שלפחות ל-9 מהם יש רישיון נהיגה?
ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנדגמו ושיש להם רישיון נהיגה?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות:

1) במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסיה. נגדיר את X להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.

א. מהי ההתפלגות של X ?

ב. מה ההסתברות שיהיה בדיוק מובטל אחד?

ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?

ד. מה ההסתברות ששלושה יעבדו במדגם?

ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?

ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?

2) על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגדיר את X כמספר האנשים שנדגמו עם סמארטפון.

א. מהי ההתפלגות של X ? הסבירו.

ב. מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?

ג. מה ההסתברות שבמדגם לפחות ל-9 יהיו סמארט-פון?

ד. מה התוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדגמו ולהם סמארט-פון?

3) בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונת מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב-20 ₪ בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקעה היא 0.9 בכל מכונה. מהמר נכנס לבית ההימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.

א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?

ב. מה ההסתברות שיזכה בדיוק בשתי מכונות?

ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר כסף מה-30 ₪ שהשקיע?

ד. מהן התוחלת וסטיית התקן של הרווח נטו של המהמר (הזכיות בניכוי ההשקעה)?

4) במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו:

השכלה	נמוכה	תיכונית	תואר I	תואר II ומעלה
פרופורציה	0.1	0.6	0.2	0.1

נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30.

א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמאים?

ב. מה התוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות:

1) א. $X \sim B(n=5, p=0.1)$. ב. 0.32805. ג. 0.59049.
ד. 0.0729. ה. 0.40954. ו. תוחלת: 0.5, שונות: 0.45.

2) ב. 0.2335. ג. 0.1493. ד. תוחלת: 7, סטיית תקן: 1.449.

3) א. 0.5314. ב. 0.0984. ג. 0.1143.
ד. תוחלת: 18, סטיית תקן: 14.697.

4) א. 0.1789. ב. 2.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל