

# הסתברות וסטטיסטיקה להנדסאי תעשייה וניהול

פרק 35 - התפלגות בדים מיוחדת - התפלגות ביןומית

תוכן העניינים

1. כללי .....

## התפלגיות בדידות מיוחדות – התפלגותBINOMIAL:

**רקע:**

נגיד את המושג ניסוי ברנולי:  
 ניסוי ברנולי הנה ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות: "הצלחה" ו"כישלון".  
 למשל מוצר פגום או תיקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלה מטבח וכדומה.  
 בהתפלגותBINOMIAL חוזרים על אותו ניסוי ברנולי  $n$  פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.  
 מגדירים את  $X$  להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכל. נסמן ב-  $P$  את הסיכוי  
 להצלחה בניסוי בודד, וב-  $Q$  את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.  
 אז נגיד ש:  $X \sim B(n, p)$ .

**פונקציית ההסתברות של  $X$ :**

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{כאשר: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1$$

לבודל:  $\binom{n}{k}$  ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

$$\text{תוחלת: } E(X) = np$$

$$\text{שונות: } V(X) = npq$$

שימוש לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגותBINOMIAL צריכה להיות כל התנאים הבאים:

- 1) חוזרים על אותו ניסוי ברנולי באופן בלתי תלוי זה בזה.
- 2) חוזרים על הניסוי  $n$  פעמים.
- 3)  $X$  – מוגדר כמספר ההצלחות המתקבלות בסך הכל.

**דוגמה (פתרון בהקלטה):**

במדינה מסוימת ל- 80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.  
 נבחרו 10 תושבים אקרים מהמדינה.

- א. מה ההסתברות שבודוק ל- 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ב. מה ההסתברות של לפחות 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנבדקו  
 ושיש להם רישיון נהיגה?

**שאלות:**

**1)** במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את  $X$  להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.

א. מהי ההתפלגות של  $X$  ?

ב. מה ההסתברות שהיא בדיקן מובטל אחד?

ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?

ד. מה ההסתברות שלושה יעבדו במדגם?

ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?

ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?

**2)** על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגדיר את  $X$  כמספר האנשים שנדרגו עם סמארטפון.

א. מהי ההתפלגות של  $X$  ? הסבירו.

ב. מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?

ג. מה ההסתברות שבמדגם לפחות ל-9 יהיו סמארט-פון?

ד. מה תוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדרגו ולהם סמארט-פון?

**3)** בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק בכל מכונת מזל כזו עולה 5 ל"נ. ההסתברות לזכות ב-20 ל"נ בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקה היא 0.9 בכל מכונה. מהי ממוצע כניסה לבית ההימורים ומכניס 5 ל"נ לכל אחת מ-6 המכונות.

א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?

ב. מה ההסתברות שיזכה בדיקן בשתי מכונות?

ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר בסך מה-30 ל"נ שהשקייע?

ד. מהו התוחלת וסטיית התקן של הרוחות נטו של המהמר (הזכויות בניכוי ההשקה)?

**4)** במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו :

פְּרוֹפּוֹרֶצִיה	השכלה	נָמוֹכוֹת	תַּיִכּוֹנִית	תוֹאֵר I	תוֹאֵר II וּמָעֵלָה
0.1	0.2	0.6	0.1		

נבחרו 20 אנשים אקרים מעל גיל 30.

א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמיים?

ב. מה תוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

- 5) במכלה מסוימת 20% מהסטודנטים גרים בת"א. מבין הסטודנטים שגרים בת"א 30% מגיעים ברכבם, ומ בין הסטודנטים שלא גרים בת"א 50% מגיעים ברכבם למכלה.
- א. השומר בשער המכלה בודק לכל סטודנט את תיקו בהיכנסו למכלה.  
 מה ההסתברות שבקרב 5 סטודנטים שנבדקו ע"י השומר רק 1 מתוכם הגיעו למכלה ברכבם?
- ב. בהמשך לסייע הקודם מה ההסתברות שרוב הסטודנטים בקרב ה-5 הגיעו למכלה ברכבם?
- 6) ב מבחן אמריקאי 20 שאלות. סטודנט ניגש לבחון והסıcıוי שהוא יודע שאלה כלשהי הוא 0.8. אם הוא לא יודע הוא מוחש את התשובה.  
 לכל שאלה 4 תשובות אפשריות שركacha אחת מהן נכון.  
 א. מה הסיכוי לענות על שאלה מסוימת נכון?  
 ב. מה הסיכוי שיענה נכון על בדיקת 16 שאלות?  
 ג. על כל שאלה שענה נכון התלמיד מקבל 5 נקודות, על כל שאלה שגגה מופחתת נקודה, מה התוחלת ומהי השונות של ציון התלמיד?
- 7) 5% מקו הייצור פגום. המוצריים נארזים בתוך קופסת קרטון. בכל קופסה 10 מוצריים שונים. הקופסאות נארזות בתוך מכולה. בכל מכולה 20 קופסאות.  
 א. מה ההסתברות שב קופסה אקראית לפחות מוצר אחד?  
 ב. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הקופסאות במכולה בהן לפחות מוצר אחד?
- 8) מطبع הוגן מוטל 5 פעמים. נגידר את  $X$  כמספר הפעמים שהתקבל עז.  
 חשבו את:  $E(X^2)$ .

**תשובות סופיות:**

- 0.59049. ג.                    0.32805. ב.                     $X \sim B(n=5, p=0.1)$ . א. **(1)**  
 .0.45. ו. תוחלת: 0.5, שונות: 0.40954. ה.                    .0.0729. ד.  
 .1.449. ד. תוחלת: 7, סטיית תקן: 1.449. ג. 0.1493. ג. 0.2335. ב. **(2)**  
 .0.1143. ג. 0.0984. ב. 0.5314. א. **(3)**  
 .14.697. ד. תוחלת: -18, סטיית תקן: 14.697. ב. 0.1789. א. **(4)**  
 .0.4253. ב. 0.1956. א. **(5)**  
 .91.8. ג. תוחלת: 82, שונות: 0.182. ב. 0.85. א. **(6)**  
 .2.193. ב. תוחלת: 8.025, סטיית תקן: 2.193. 0.401. א. **(7)**  
 .7.5. **(8)**