

# מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

פרק 25 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות בינומית שלילית

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות בינומית שלילית:

**רקע:**

בהתפלגות זו חוזרים על אותו ניסוי ברנולי בזה אחר זה באופן בלתי תלוי עד אשר מצליחים בפעם ה- $r$ .  $X =$  מספר החזרות עד שהתקבלו  $r$  הצלחות:  $X \sim NB(r, p)$ .

**פונקציית ההסתברות:**  $P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r}$ ,  $k = r, r+1, \dots, \infty$ .

**תוחלת:**  $E(X) = \frac{r}{p}$

**שונות:**  $V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

קובייה מוטלת עד שמקבלים 3 פעמים תוצאה שגדולה מ-4.

א. מה הסיכוי להטיל את הקובייה 6 פעמים?

ב. מה תוחלת ושונות מספר הפעמים שנטיל את הקובייה?

## שאלות:

- (1) בכד 4 כדורים שחורים ו-6 כדורים לבנים. כדור מוצא באקראי פעם אחר פעם ומוחזר בין הוצאה להוצאה. נסמן ב- $X$  את מספר הכדורים שהוצאו עד שהתקבלו 2 כדורים לבנים בסך הכול (לא בהכרח ברצף).
- חשבו את  $P(X = 2)$ .
  - חשבו את  $P(X = 3)$ .
  - חשבו את  $P(X = 4)$ .
  - חשבו את  $P(X = k)$ .
- (2) הסיכוי לזכות במשחק מזל הוא 0.4. אדם משחק במשחק ומפסיק ברגע שהוא ניצח פעמיים (לא בהכרח ברצף).
- מה הסיכוי שישחק פעמיים?
  - מה הסיכוי שישחק 3 פעמים?
  - מה הסיכוי שישחק 4 פעמים?
  - מה הסיכוי שישחק 5 פעמים?
  - מה הסיכוי שישחק  $k$  פעמים?
- (3) הראו שההתפלגות הגאומטרית היא מקרה פרטי של ההתפלגות הבינומית השלילית.
- (4) מטבע מוטל שוב ושוב עד שמתקבל שלוש פעמים עץ בסך הכול.
- בנו את פונקציית ההסתברות של מספר ההטלות הכולל.
  - מהי התוחלת ומהי השונות של מספר ההטלות הכולל?
  - חוזרים על התהליך שלעיל 5 פעמים. מה ההסתברות שפעמיים מתוך ה-5 חזרות נאלץ להטיל את המטבע בדיוק 4 פעמים?
- (5) יהיה  $X_i$  מספר החזרות עד ההצלחה הראשונה בניסיונות ברנוליים בלתי תלויים זה בזה, כאשר  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- הוכיחו שהתוחלת והשונות של  $\sum_{i=1}^n X_i$  זהות לתוחלת והשונות של ההתפלגות הבינומית השלילית  $NB(n, p)$ .

### תשובות סופיות:

- (1) א. 0.36    ב. 0.288    ג. 0.0576    ד.  $0.6^2 \cdot 0.4^{k-2}$
- (2) א. 0.16    ב. 0.192    ג. 0.1728    ד. 0.13824    ה.  $0.4^2 \cdot 0.6^{k-2}$
- (3) שאלת הוכחה.
- (4) ב. תוחלת: 6, שונות: 6.    ג. 0.1886
- (5) שאלת הוכחה.