

ממפיס 3

פרק 9 - התמרת פורייה ב L2, משפט הדגימה של שאנון נייקוויסט

תוכן העניינים

1. התמרת פורייה ב L2
2. משפט הדגימה של שאנון

התמרת פורייה ב- L^2 :

שאלה:

(1) מצאו התמרת פורייה של $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ במובן L^2 .

תשובה סופית:

$$F\left\{\frac{\sin(x)}{x}\right\}_{L^2} = \begin{cases} \frac{1}{2} & |\omega| < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

משפט הדגימה של שאנון:

שאלות:

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{4 \sin^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{x^2} & x \neq 0 \\ \pi^2 & x = 0 \end{cases} \quad \text{נגדיר}$$

$$f(\omega) = \begin{cases} \pi + \omega & -\pi \leq \omega \leq 0 \\ \pi - \omega & 0 \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad \text{ראינו בעבר כי התמרת הפורייה שלה הינה:}$$

$$\left\{ \frac{\sin(\pi x - \pi n)}{(\pi x - \pi n)} \right\}_{n=-\infty}^{n=\infty} \quad \text{מצאו את טור הפורייה המוכלל של } f(x) \text{ ביחס למערכת}$$

$$(2) \quad f(x) = \int_{-\pi}^{\pi} (\pi^2 - 3\omega^2) e^{i\omega x} d\omega \quad \text{נגדיר}$$

$$\left\{ \frac{\sin(\pi x - \pi n)}{\pi x - \pi n} \right\}_{n=-\infty}^{n=\infty} \quad \text{מצאו את טור פורייה מוכלל של } f(x) \text{ ביחס למערכת}$$

תשובות סופיות:

$$f(x) \sim \pi^2 \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \frac{4 \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2} \frac{\sin(\pi x - \pi n)}{(\pi x - \pi n)} \quad (1)$$

$$f(x) \sim \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{12\pi(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot \frac{\sin(\pi x - \pi n)}{\pi x - \pi n} \quad (2)$$