אלקטרומגנטיות אנליטית 1

פרק 23 - השראות-מתוך פיזיקה 2

תוכן העניינים

1. השראות עצמית 1
2. השראות הדדית 7

השראות עצמית:

רקע:

ההשראות ברכיב:

$$L = \frac{\phi_B}{I}$$

כאשר ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הוא הזרם ברכיב.

- ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בד"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

1. נניח שזורם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$

כאשר N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת.

כא"מ ברכיב עם השראות L:

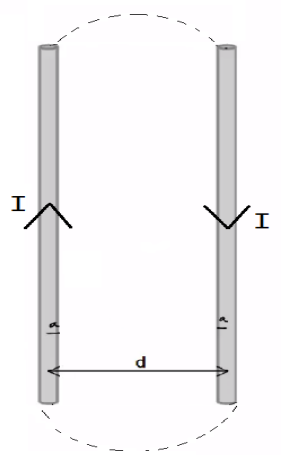
$$\varepsilon = -L\dot{I}$$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

$$U_L = \frac{1}{2}LI^2$$

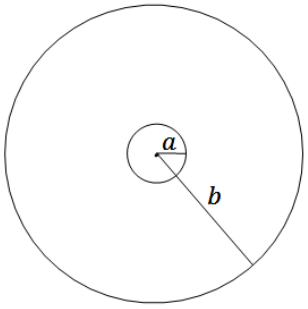
שאלות:

1) שני תיילים ארוכים



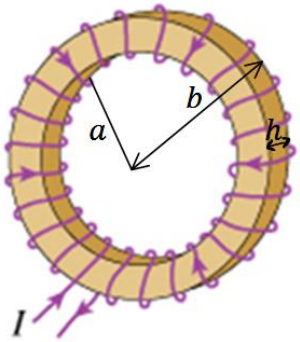
נתונים שני תיילים מאוד ארוכים שהמרחק ביניהם הוא d.
רדיוס כל אחד מהתיילים הוא a ונתון שהתיילים מחוברים ביניהם באינסוף. נתון זרם I במערכת.
הנח כי $d \gg a$ והתיילים אינם משפיעים אחד על השני.
חשבו השראות של המערכת ליחידת אורך.
ניתן להזניח את השדה בתוך התיילים.

2) השראות בכבל קואקסיאלי



כבל קו אקסיאלי מורכב מתיל פנימי ברדיוס a ומעטפת דקה ברדיוס b. התיל והמעטפת באורך $l \gg a, b$.
בתיל הפנימי זורם זרם I נתון, ובמעטפת זורם זרם זהה בכיוון ההפוך.
מצאו את ההשראות העצמית ליחידת אורך של המערכת.
הזנח את השדה המגנטי בתוך התיל הפנימי.

3) השראות בטוראויד



בתמונה נתון טוראויד.
הרדיוס הפנימי של הטוראויד הוא a והחיצוני b.
גובה (או עובי) הטוראויד הוא h ומספר הליפופים N.

א. מצאו את ההשראות של הטוראויד.

ב. מצאו את האנרגיה האגורה בטוראויד אם זורם בו זרם I.

תשובות סופיות:

1) $L = \frac{l\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$

2) $\frac{L}{l} = \frac{\mu_0 \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$

3) א. $L = \frac{\mu_0 N^2 h \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$ ב. $U_L = \frac{1}{2}LI^2$

מעגלי RL:

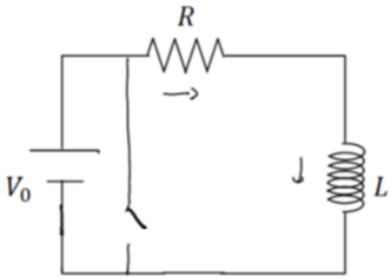
רקע:

המתח על סליל (משרן) במעגל:

$$V_L = L\dot{I}$$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

טעינה:



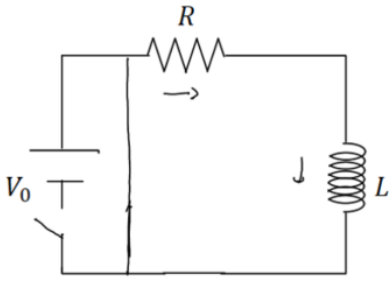
$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

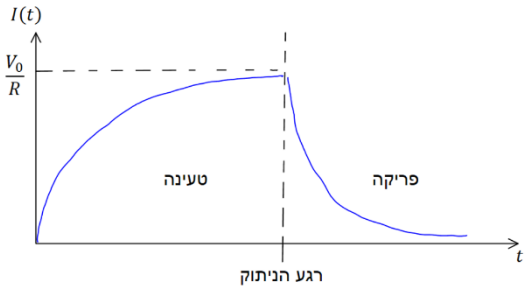
סליל (משרן) בהתחלה מתנהג כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:



$$-IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור:

$$L_T = L_1 + L_2 + \cdots$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \cdots$$

$$I_T = I_1 = I_2 = \cdots$$

במקביל:

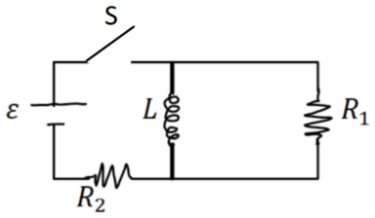
$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots$$

$$V_T = V_1 = V_2 = \cdots$$

$$I_T = I_1 + I_2 + \cdots$$

שאלות:

1) תרגיל 1 ב-RL



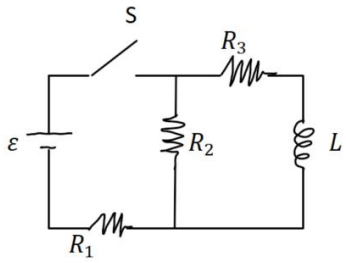
במעגל הבא המפסק סגור זמן רב, התנגדות הנגדים והשראות הסליל נתונה.

א. מצאו את הזרם בכל נגד ואת הזרם בסליל.

ב. פותחים את המפסק, מהו הזרם ברגע פתיחת המפסק ולאחר זמן רב?

ג. מהו הזרם כתלות בזמן לאחר פתיחת המפסק?

2) תרגיל 2 ב-RL



במעגל הבא מתקיים:

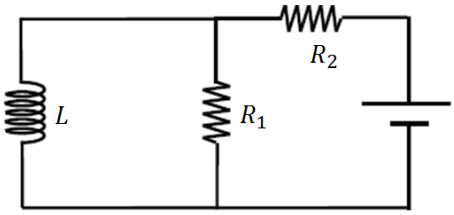
$\varepsilon = 5V\,,\ R_1 = 100\Omega\,,\ R_2 = 200\Omega\,,\ R_3 = 300\Omega\,,\ L = 30mH$.

א. מה המתח שמייצר הסליל עם סגירת המפסק?

ב. מה הזרם בכל נגד לאחר זמן רב?

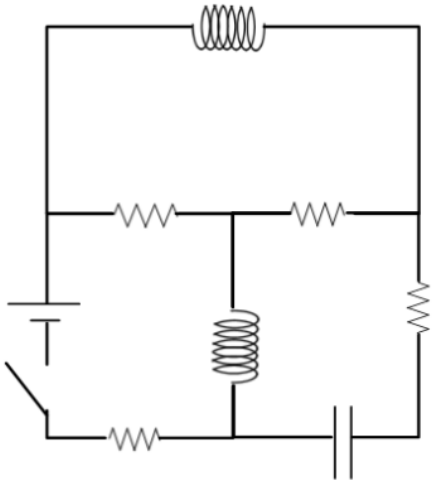
ג. מהו קבוע הזמן של המעגל?

3) תרגיל 3 ב-RL



במעגל הבא נתון כא"מ המקור, התנגדות הנגדים והשראות הסליל.
מצאו את הזרם בסליל כפונקציה של הזמן אם נתון שהזרם בו שווה לאפס ב-t=0.

4) תרגיל 4 ב-RL



במעגל הבא התנגדות כל הנגדים היא R ומתח הסוללה הוא V (R ו-V נתונים).

א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג (הניחו שהקבל אינו טעון ואין זרמים במעגל לפני סגירת המתג).

ב. מצאו את הזרם בסוללה ובסלילים לאחר זמן רב. מהו המתח על הקבל?

ג. חזרו על סעיפים א ו-ב אם במקום כל סליל היה קבל ובמקום הקבל היה סליל.

תשובות סופיות:

1) א. $I_L = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_1 = 0$ ב. $I_L(0) = I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_L(\infty) = 0$

ג. $I(t) = \frac{\varepsilon}{R_2} e^{-\frac{t}{\frac{R_1}{L}}}$

2) א. $V_L = 3.3V$ ב. $I_1 = 22.7mA$, $I_2 = 13.6mA$, $I_3 = 9.09mA$

ג. $\tau = 81.7\mu s$

3) $I_3(t) = \frac{\varepsilon}{R_2}\left(1 - e^{-\frac{RT}{L}t}\right)$

4) א. $\frac{V}{4R}$

ב. סוללה: $I = \frac{2V}{3R}$, סליל עליון: $I = \frac{2V}{3R}$, סליל תחתון: $I = \frac{V}{3R}$, קבל: $V = \frac{V}{3}$

ג. א: $I = \frac{2V}{3R}$, ב: סוללה: $I = \frac{V}{4R}$, סליל: $I = \frac{V}{4R}$, קבל עליון: $I = \frac{V}{4R}$, $V = \frac{V}{2}$

קבל תחתון: $V = \frac{V}{2}$

השראות הדדיות:

רקע:

השראות הדדית:

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזורם זרם I_2 ברכיב 2.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$

ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

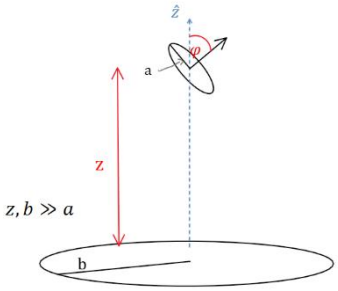
יחס המתחים בשנאי:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

שאלות:

1) טבעת בזווית מעל טבעת גדולה



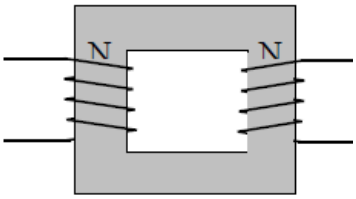
טבעת ברדיוס b מונחת על מישור $x-y$ במקביל לקרקע.
טבעת נוספת ברדיוס a שקטן מאוד ביחס ל-b מונחת בגובה z מעל מישור $x-y$.
מרכזי הטבעות נמצאים על ציר ה-z אחד מעל השני.
הטבעת הקטנה גם מוטת ביחס למישור $x-y$ כך שהוקטור המאונך למישור הטבעת יוצר זווית φ עם ציר ה-z.

א. מצא את $M_{1,2}$.

ב. התנגדות הטבעת הקטנה נתונה ומסומנת ב-R_a.
כמו כן ידוע הזרם כתלות בזמן בטבעת הגדולה והוא שווה ל-$I_b = I_0 \cos(\omega t)$. I_0 ו-ω קבועים נתונים.
מצא את הזרם בטבעת הקטנה.

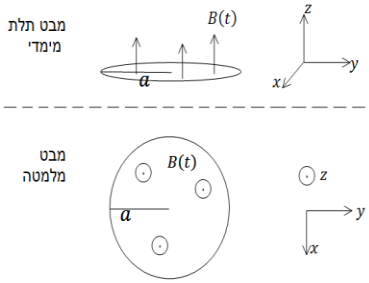
ג. מהו מומנט הכוח הפועל על הטבעת הגדולה?

2) שנאי



שנאי מורכב משני סלילים בעלי מספר ליפופים שונה המקיפים ליבה מגנטית מלבנית משני צידי הליבה.
הנח כי ליבה מגנטית שומרת את כל קווי השדה המגנטי בתוכה, או לחלופין, כי השטף המגנטי אחיד בכל חתך של הליבה.
נתון כי המתח על הסליל השמאלי הוא מתח חילופין (מתח מהצורה $V(t) = V_0 \sin \omega t$).
מצא את המתח על הסליל הימני כתלות במתח של הסליל השמאלי.
נתון N_1 , N_2 מספר הליפופים בכל סליל.

3) שטף חיצוני השראות ונגד בטבעת



טבעת מוליכה ברדיוס a והתנגדות R נמצאת בתוך שדה מגנטי אחידה במרחב ומשתנה בזמן $B(t) = At$ כאשר A קבוע חיובי.
כיוון השדה בניצב למישור בו נמצאת הטבעת (השטף מקסימאלי).

א. מצא את סך הכא"מ הפועל על הטבעת כתלות בזרם, אם ההשראות העצמית של הטבעת L נתונה.

ב. מצא משוואה על הזרם כתלות בזמן ופתור אותה למציאת הזרם כתלות בזמן.
(היעזר בפתרון של סליל במעגל טעינה).

ג. מצא את הזרם והשטף הכולל כתלות בזמן בקירוב $R \to 0$,
התעלם מהרגעים הראשונים.

תשובות סופיות:

1) א. $M=\frac{\mu_0 b^2 \pi a^2 \cos\varphi}{2}\left(b^2+z^{\alpha}\right)^{-\frac{3}{2}}$ ב. $I_a=\frac{-MI_0\left(-\omega\sin\omega t\right)}{R_a}$

ג. $\left|\vec{\tau}\right|=\mu_a B_z \sin\varphi$

2) $\varepsilon_2=\frac{N_2}{N_1}V_0\sin\omega t$

3) א. $\varepsilon=-A\pi a^2-LI$ ב. $I(t)=-\frac{A\pi a^2}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

ג. $\phi_{BT}=0\ ,\ I(t)=-\frac{A\pi a^2}{L}t$