מבוא להנדסת מכונות 4611310

פרק 1 - הקדמה מתמטית לקורס

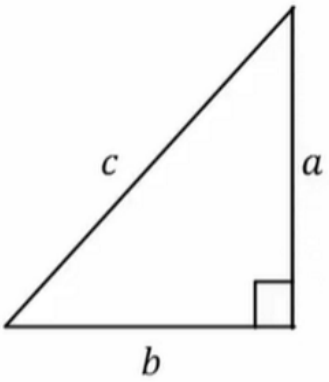
תוכן העניינים

1. 0.פונקציות טריגונומטריות 1
2. 1.משוואת הקו הישר 5
3. 2.הפרבולה 8

פונקציות טריגונומטריות:

רקע

במשולש ישר זווית:



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$	$90^\circ-\alpha$
$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$ $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$ $\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$	$90^\circ+\alpha$
$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$	$180^\circ-\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$	2α
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\alpha\pm\beta$

ערכים ששווה לזכור:

הזווית \הפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

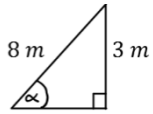
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

שאלות:

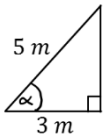
1) חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

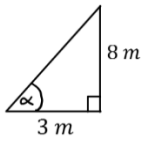
א.



ב.



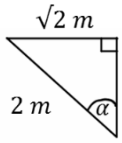
ג.



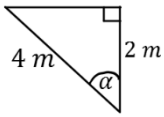
2) משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפה במקרים הבאים:

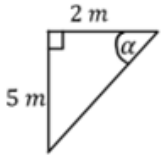
א.



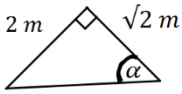
ב.



ג.



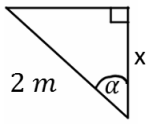
ד.



3) מציאת ניצבים

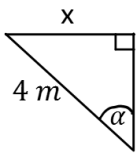
חשב את x במקרים הבאים:

א.



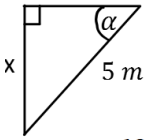
$\alpha = 30^0$

ב.



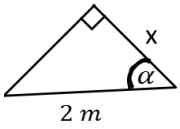
$\alpha = 45^0$

ג.



$\alpha = 60^0$

ד.



$\alpha = 40^0$

תשובות סופיות:

1) א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

2) א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

משוואת הקו הישר:

רקע:

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

m - שיפוע

n - נקודת חיתוך עם ציר ה- y .

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x .

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

מרחק נקודה מישר:

$$d = \left|\frac{mx_0 - y_0 + n}{\sqrt{m^2 + 1}}\right|$$

שאלות:

1) משוואת הישר משתי נקודות

א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(4,-2)$, $(-1,3)$.

ב. שרטט איור עבור הקו על גבי מערכת צירים.

2) תרגיל - משוואות של צלעות וגובה במשולש**

במשולש ABC נתונות משוואות הישרים שבאיור.

AB: $y=\frac{1}{2}x$, AD: $y=x+2$, AC: $y=3x+10$.

נתון גם שהאורך של BC הוא 5 וכי AD מאונך ל-BC.

מצאו את קודקודי המשולש.

3) תרגיל - משוואת היתר במשולש **

הנקודה: $C(8,-1)$ היא קודקוד הזווית הישרה במשולש שווה שוקיים.

משוואת היתר במשולש היא: $3x-2y=12$.

מצאו את נקודות הקודקודים האחרים במשולש.

הדרכה: השתמשו בנוסחה למרחק נקודה מישר: $d=\left|\frac{mx_0-y_0+n}{\sqrt{m^2+1}}\right|$

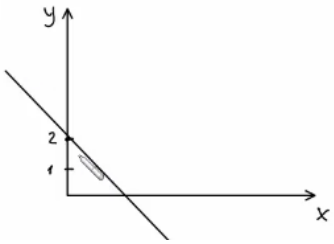
כאשר: $y=mx+n$ היא משוואת הישר ו- (x_0,y_0) היא הנקודה.

לאחר מכן מצאו את מרחק הקודקוד C מהקודקודים האחרים והשתמשו במרחק זה למצא את שני הקודקודים האחרים.

תשובות סופיות:

1) א. $y=-x+2$

ב.



2) $A(-4,-2)$, $B(-9.66,-4.83)$, $C(-6.12,-8.36)$

3) $(2.62,3.93)$, $(6.92,10.4)$

הפרבולה:

רקע:

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

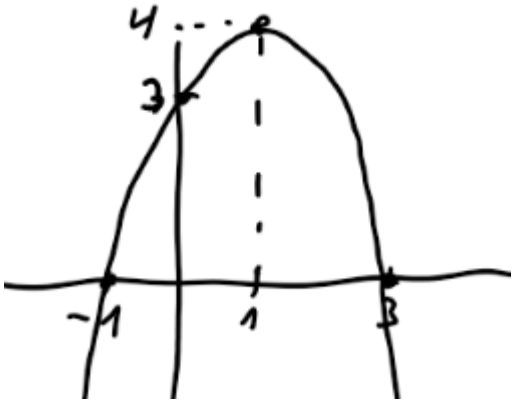
שאלות:

1) נתונה הפרבולה הבאה: $y = -x^2 + 2x + 3$.

א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת נקודת הקודקוד של הפרבולה.

ב. קבעו האם הפרבולה מחייכת או עצובה, ושרטטו איור מקורב של הפרבולה לפי הנתונים שקיבלתם.

תשובות סופיות:

1) א. חיתוך עם הציר האנכי: $(0,3)$, נקודות חיתוך עם הציר האופקי: $(3,0)$ $(-1,0)$, נקודת הקודקוד: $(1,4)$.

ב. עצובה.